TRAVAUX DIRIGES DE MICROECONOMIE

LMD ECONOMIE ET GESTION

SEMESTRE 1

MARCHES CONCURRENTIELS

CONSOMMATION DES MENAGES

COURS : A. CHASSAGNON et F. COCHARD

Cette première partie du fascicule de travaux dirigés contient trois rubriques :

- Six thèmes sur les marchés concurrentiels

- Six énoncés de questions de cours

- Six problèmes d'annales

Ces exercices et problèmes sont destinés à vous permettre d'assimiler progressivement les notions élémentaires concernant l'équilibre sur le marché d'un bien qui seront développées au début de ce semestre. Beaucoup de ceux-ci seront examinés et résolus durant les séances de travaux dirigés ; vous êtes invités à traiter les autres afin de vérifier votre bonne compréhension.

Cette première partie des travaux dirigés est en continuité avec le "jeu de marché" auquel la plupart des étudiants auront participé. On synthétise ci-dessous les caractéristiques des acheteurs et des vendeurs dans les deux tableaux suivants, qui seront étudiés plus en détail au cours des exercices.

On met en présence des acheteurs et des vendeurs sur des marchés. Les acheteurs ont des prix de réserve qui dépendent du nombre d'unité à acheter.

Dans un premier temps on ne considère qu'un seul marché. Les prix de réserve des acheteurs sont consignés dans le tableau suivant :

N° Acheteur marché A	pour la $1^{\text{ère}}$ unité achetée	pour la 2^{e}unité achetée	pour la 3^{e} unité achetée	pour la 4^{e} unité achetée
1	140	100	60	20
2	150	110	70	30
3	160	120	80	40
4	170	130	90	50

Les vendeurs sur le marché A sont de leur côté caractérisés par le prix minimum auquel ils sont prêts à vendre une ou plusieurs unités de biens. Ces "prix" sont consignés dans le tableau suivant :

N° Vendeur marché A	pour la $1^{\text{ère}}$ unité vendue	pour la 2^{e} unité vendue	pour la 3^{e} unité vendue	pour la 4^{e} unité vendue
1	60	100	140	180
2	50	90	130	170
3	40	80	120	160
4	30	70	110	150

Table des matières

1 Six thèmes sur les marchés concurrentiels

Sommaire

1.1 Offre et demande sur un marché

séance 1 **Les données individuelles du jeu de marché.** 1) A la lecture du tableau, comparer les goûts de l'acheteur n°1 et de l'acheteur n°4.
2) Quel est le "meilleur" vendeur du marché. Justifier votre réponse.
3) Expliquer dans vos mots quel est le rapport entre le goût d'un consommateur et son/ses prix de réserve.
4) Retrouver dans le manuel la définition de coût marginal. En quoi ce concept peut-il être assimilé ici au "prix de réserve" des vendeurs ?

séance 1 **Les données agrégées du jeu de marché.** 1) Quelle sont la demande et l'offre du marché au prix $p = 100$? Est-ce un prix d'équilibre ?
2) Construire les courbes de demande de l'acheteur 2 et d'offre du vendeur 4.
3) Construire la courbe de demande agrégée sur le marché A et la courbe d'offre agrégée sur le marché A.

séance 1 **Des courbes agrégées à la compréhension de l'économoie au niveau individuel.** 1) La courbe de demande (inverse) décroissante étant représentée dans l'espace QUANTITÉ – PRIX, expliquer comment on peut l'interpréter comme la représentation d'un continuum d'agents dont le prix de réserve est décroissant.
2) En supposant que la demande inverse est la courbe $q = 120 - p$, quelle est la "quantité" d'agents dont le prix de réserve est compris entre p et $p + \Delta\, p$?
3) Dans ce même exemple, combien de consommateurs sont-il prêts à payer le prix $p = 60$? Combien ont le prix de réserve $p = 60$?

1.2 Calcul de la consommation et de la production à l'équilibre concurrentiel.

séance 1 **Calcul de l'équilibre pour le jeu de marché.** 1) Calculer le prix d'équilibre et le nombre de biens échangés à l'équilibre pour le jeu de marché.
2) Est-ce que l'équilibre serait modifié, si tout d'un coup, le joueur 4, pour une raison tout à fait extérieure au jeu, décidait de ne plus participer ni dans les négociations ni dans les transactions ? Détailler votre réponse si nécessaire.

séance 1 **Calcul de l'équilibre dans diverses économies.** 1) Quel est l'équilibre sur un marché quand la demande inverse est $p = \frac{100-q}{5}$ et que l'offre inverse est $p = 2q$?
2) Quel est l'équilibre sur un marché quand la demande inverse est $p = \frac{100-q}{5}$ et que l'offre inverse est $q = p^2$?
3) Quel est l'équilibre sur un marché quand la demande inverse est $p = 10$ et que l'offre inverse est $p = 2q$?

1.3 Surplus et efficacité - cas discret

séance 2 **Calcul des surplus dans le jeu de marché.** 1) Expliquer en quoi tout se passe comme s'il y avait sur le marché 16 acheteurs et 16 vendeurs.
2) Construire une allocation qui maximise le nombre de transactions. Montrer que cette allocation est unique. Calculer le surplus correspondant.
3) Construisez une allocation qui réunit les acheteurs les plus efficaces avec les vendeurs les plus efficaces. Calculer le surplus correspondant. Que remarquez-vous ?
4) Comparer les deux allocations de la question 2 et de la question 3.
5) Montrer que l'allocation de la question 3 est l'allocation de l'équilibre concurrentiel.

séance 2 **Surplus net de consommateurs.** 1) En supposant que la demande inverse est la courbe $q = 120 - p$, quelle est le surplus des consommateurs quand toutes les transactions possibles se font à $p = 60$ et que la demande est satisfaite.

séance 2 **Surplus des producteurs ou profit.** 1) Quelle est la définition de la courbe d'offre inverse du producteur ? Expliquer cette notion dans vos mots.
2) En supposant que l'équation de la courbe d'offre inverse du marché est $q = p$, calculer le surplus net des firmes pour $p = 60$. Représentez-le graphiquement.
3) Expliquer les raisons pour lesquelles le surplus des firmes augmente quand le prix augmente et qu'elles peuvent vendre le surcroît de production. Représenter cette augmentation quand le prix passe de $p = 60$ à $p = 70$.
4) Calculer le surplus des firmes quand la courbe d'offre inverse des firmes est $q = p^2$.

séance 2 **Efficacité de l'équilibre** 1) Calculer le surplus global de l'économie en équilibre quand la demande inverse est $p = \frac{100-q}{5}$ et que l'offre inverse est $p = 2q$.
2) Quelle est l'hypothèse sur les prix pour qu'il ne s'échange que 10 unités dans l'économie précédente. Calculer alors le surplus global.

1.4 Surplus et efficacité - cas continu

séance 2 & 12 **Mesure du surplus suite à une consommation de glace.** Tébo et Tépabo vivent à deux pôles opposés de notre vieille terre. Leur demande optimale en litres de sorbet est $q = 10 - \sqrt{p}$ (q est mesuré en litres).

1) Représenter la demande inverse de ces consommateurs
2) Tébo est-il rationnel quand il achète un litre de sorbet à 49 francs
3) Calculer le surplus de Tébo quand il achète un litre de sorbet à 49 francs
4) Calculer le surplus maximum que peut atteindre Tébo quand le prix du litre de sorbet est de 49 francs
5) Tépabo achète deux litres de sorbet à 64 francs. Calculer son surplus.
6) Quel est le surplus maximum que Tépabo peut atteindre lorsque le prix est 64 francs ?

7) Faut-il louer l'avarice de Tébo ou la rationalité de Tépabo ?

séance 2 **Surplus des consommateurs dans le cas continu.** On considère un seul bien dont on note p le prix unitaire et q la quantité demandée. La demande sur le marché est $q = 100 - p$, l'offre, $q = 3p$.

1) Calculer l'équilibre concurrentiel.
2) Calculer le surplus total de l'économie.
3) Mêmes questions quand il y a un choc d'offre suite auquel l'offre est $q = 4p$.
4) Mêmes questions quand il y a un choc d'offre $q = 4p$ accompagné d'un choc de demande $q = 120 - p$.
5) calculer le surplus de l'économie à l'équilibre quand l'offre est $q = p^2$ et que la demande est $q = 15 - 2p$. (à noter : $\int_0^9 \sqrt{q}\, dq = \left[\frac{2}{3}\, q^{\frac{3}{2}}\right]_0^9 = 18$)

1.5 Perturbation de l'équilibre

séance 3 **Modification de l'équilibre du jeu de marché.** 1) En reprenant l'économie précédente, montrer que si le gouvernement impose que le prix unique soit de 10 euros inférieur au prix d'équilibre, l'allocation correspondante est non efficace.
2) En imaginant que chaque vendeur est libre d'afficher le prix qui lui convient, que tous les prix, toutes les offres sont connues, que les vendeurs échangent entre eux les profits, quelle est l'allocation finale de l'économie. Commenter.
3) En supposant que l'acheteur 1 disparait du marché, que peut-on dire de la demande agrégée, que peut-on prédire sur l'évolution d'équilibre ? Calculer le nouveau prix d'équilibre.

séance 3 **Le marché des glaces** Le tableau suivant indique l'offre et la demande de glaces sur un marché pour une gamme de prix s'étalant de 0 à 3€.

Prix des cornets	Demande	Offre
0 €	19	0
0,5 €	16	0
1 €	13	1
1,5 €	10	4
2 €	7	7
2,5 €	4	10
3 €	1	13

1) Tracer le tableau d'offre et de demande inverse
2) Calculer l'équilibre.
3) Tracer les surplus.
4) Pour une raison exogène, Il faut compter un surcoût de 1 \$ par glace produite. Calculer le nouvel équilibre. Interpréter le résultat obtenu.
5) Donner un exemple de modification de la demande afin que la quantité d'équilibre produite soit supérieur à la quantité initiale, malgré le surcoût de 1 \$.
6) D'une manière plus générale, quels sont les chocs qui affectent l'économie quand le prix et la quantité d'équilibre augmentent.

séance 3 **Le marché du vin** On étudie le marché d'un certain vin vendu p euros le litre. La demande agrégée sur le marché est définie par la relation $D(p) = 1760 - 8p$.
L'offre de ce vin est assurée par 200 producteurs identiques dont la fonction d'offre individuelle est définie par la relation : $s(p) = 0,8p - 8$.

1) Déterminer la fonction d'offre agrégée $S(p)$ de ce marché.
2) Déterminer le prix et la quantité d'équilibre sur ce marché.
3) Quelle est la quantité offerte par chaque producteur à l'équilibre ?
4) Constatant que la consommation d'alcool génère des dépenses supplémentaires du système de santé, le gouvernement décide d'instaurer une taxe sur la consommation de vin de 5,25€ par litre. Quel est l'impact de cette taxe sur le marché du vin ? (Reprendre les questions précédentes).

1.6 Calcul de la charge morte

TVA et charge morte Sur le marché d'un bien, la fonction de demande inverse globale s'exprime par la relation $p = 1000 - 2q$, et la fonction d'offre inverse globale par la relation $p = q + 100$.

1) Calculez le prix et la quantité d'équilibre sur ce marché.
2) Evaluez le surplus des demandeurs et celui des offreurs à l'équilibre sur ce marché. Quel est le surplus global ?
3) Afin de dégager des ressources fiscales, une taxe de 90 Fr. par unité de bien échangée est instituée sur ce marché (elle est payée sous forme de TVA). Quelles sont alors les quantités échangées ? Quel est le prix payé par les demandeurs ? Quel est le prix que perçoivent effectivement les offreurs ? Illustrez graphiquement la situation ? La charge de la taxe vous semble-t-elle être équitablement répartie entre les deux parties du marché ?
4) Calculez la charge morte de cette taxe. Calculez le surplus des demandeurs, celui des offreurs et le rendement fiscal de cette taxe. Pouvait-on obtenir le même rendement fiscal tout en laissant aux offreurs et aux demandeurs des surplus plus importants ?

2 Six questions de cours

1) Après avoir défini ce qu'est un choc d'offre positif sur un marché, en décrire ses effet sur l'équilibre. Montrer qu'un tel choc est toujours bénéfique pour les consommateurs. On pourra s'aider d'un graphique.
2) Un inventeur découvre une nouvelle matière qui sera utilisée en particulier pour contruire des cadres de vélo, plus légèrs et plus résistants. À votre avis, quelles vont être les composantes du prix de cette nouvelle matière sur le marché des matériaux ?
3) La consommation des agents dépend de leurs préférences, de leurs ressources et des conditions de leur approvisionnement. Expliquer.
4) Donner au moins deux raisons pour lesquelles le prix d'un bien sur un marché en équilibre pourraît baisser.
5) On attribue classiquement à la concurrence deux vertus : assurer l'efficacité de la production et l'adéquation de l'offre et de la demande. Commenter en quelques phrases.
6) Est-il bon de chercher à maximiser le surplus de l'économie sur le marché d'un bien ?

3 Six problèmes d'annales

Sommaire

3.1 Le maximum de surplus

Soit un marché en concurrence pure et parfaite dont l'offre et la demande sont représentées par les fonctions $S(p) = 2\sqrt{p}$ et $D(p) = 4 - 2p$

1) Calculer la production des firmes et leur surplus net quand le prix du marché est p (on le note $F(p)$).
2) Calculer la demande des ménages et leur surplus net quand le prix du marché est p (on le note $M(p)$).
3) Calculer la variable p telle que la fonction $F(p) + M(p)$ soit maximum. Que dire du résultat trouvé ?

3.2 Equilibre de marché et TVA

Les taxes viennent pertuber l'équilibre d'un marché. L'exercice suivant permet de l'entrevoir sur un exemple particulier. On connaît l'offre d'un marché. Elle est en fonction du prix perçu par unité vendue par les producteurs

$$S(p) = 9p^2$$

et sa demande en fonction du prix payé par unité par les consommateurs :

$$D(p) = (100 - 3p)^2$$

1) Calculer l'équilibre du marché, en supposant qu'il n'y a pas de taxes.
2) En supposant qu'il y a une taxe de t =20% par unité vendue, exprimer l'offre et la demande en fonction du prix hors taxe qu'on note encore p.
3) Calculer l'équilibre du marché en supposant qu'il y a une taxe de t =20% par unité vendue.
4) Comparer les deux équilibres et commenter l'évolution de la production.
5) Comment aurait évolué la production si l'État avait subventionné ce marché ? [pour la réponse, donner simplement l'intuition de ce qui se serait passé.]

3.3 La crise du personnel soignant pendant les années 80 aux Etats-Unis

L'objet de l'exercice est de tenter de représenter les faits concernant l'évolution des salaires dans le secteur de la santé, rapportés ci-après par Samuelson[1], dans le cadre d'un modèle d'équilibre partiel.

> *"L'énorme croissance des soins médicaux ne s'est pas accompagnée d'un accroissement de formation de personnels qualifiés. Une grave pénurie de main d'oeuvre à court terme engendra une augmentation du salaire des infirmières de 70%. Cette hausse de salaire a été déterminante pour attirer du monde dans les métiers de la santé et la pénurie disparut dans les années 92."*

1) Définir l'offre et la demande de travail.
2) Pour représenter l'offre et la demande de travail dans un graphique à deux dimensions, que proposez-vous de mettre comme variable sur l'axe horizontal et sur l'axe vertical. Quelle forme des courbes d'offre et de demande de travail sont standard ? Faire le graphique correspondant.
3) Sous quelle hypothèse principale le point d'intersection entre l'offre et la demande de travail représentent-elles la situation du marché du travail dans un secteur de l'économie ?

[1] dans Sammuelson, *Principes de microéconomie*, traduction française, 2000

4) En admettons qu'au début des années 80, le secteur de l'emploi des infirmiers était concurrentiel aux États-unis, comment peut-on représenter dans le graphique offre-demande les faits succintements décrits ci-dessus ?
5) Quel est l'effet d'une politique gouvernementale dont le but est d'accroître la formation dans le domaine de la santé dans un tel contexte ?

3.4 Sécheresse en Californie

La Californie a subi beaucoup de sécheresses dans la fin des années 1980 et le début des années 1990.

1) Sur un diagramme, représenter une courbe de demande et d'offre du marché de l'eau. Quels sont les effets prévisibles de ces sécheresses sur le marché de l'eau ? Représentez-les sur le diagramme précédent.
2) Beaucoup de municipalités ont interdit une variation du prix de l'eau. Quel est l'effet d'une telle politique sur le marché de l'eau ?
3) En 1991, on trouve ce commentaire dans le Wall Street Journal à propos de la réglementation municipale suivante : "*Tous les habitants de Los Angeles doivent réduire leur consommation de 10% à partir du 1 mars, et de 5% supplémentaires à partir du 1er mai, en se basant sur leur consommation de 1986.* L'auteur critique cette politique sur la base de son inefficacité et de son inéquité *"non seulement une telle politique récompense les familles qui gachaient de l'eau en 1986, mais elle encourage peu les consommateurs qui seraient prêts à faire des réductions beaucoup plus drastiques de leur consommation, [et] ...elle punit les consommateurs qui ne peuvent pas si facilement réduire leur usage d'eau.*" En quel sens cette politique pour allouer les eaux de Los Angeles est inefficace ? Vous semble-t-elle injuste ? Pourquoi ?
4) Supposez qu'une politique de rechange de la ville de Los Angeles est de permettre l'augmentation du prix de l'eau. Est-ce que l'allocation qu'on obtiendrait serait plus efficace ? À votre avis, est-ce que celà serait plus ou moins juste que les réductions proportionnelles ? Que pourrait-on faire de plus juste ?

3.5 Les restaurants japonais à Paris

Les restaurants japonais étaient en vogue dans la capitale, voilà une dizaine d'année, et ils étaient très onéreux. Ce n'était pas nécessairement la conséquence de leurs coûts, car dans le même temps, on mangeait des sushi très bon marché outre-atlantique. Depuis deux ou trois ans, de nouveaux établilssements ont ouvert qui proposent des menus à 70F.
Commenter l'évolution de ce marché en essayant de comprendre comment ont évolué les goûts des consommateurs, et si l'hypothèse de concurrence s'appliquait hier comme aujourd'hui.

3.6 Famine en Inde

Lire l'article d'Amartya Sen "Pas de bonne économie sans vraie démocratie" (sur le web : http ://www.ac-versailles.fr/pedagogi/ses/vie-ses/hodebas/Sen.htm)

1) Résumer la ligne d'argumentation d'Amartya Sen, concernant le lien entre l'absence de famine et l'existence de liberté politique (paragraphes 8 à 12).
2) Que signifie-t-il lorsqu'au paragraphe 9 il oppose l'adjectif "causal" au nom "lien accidentel". Quels sont les paramètres associés à l'accident, et quels sont les paramètres qui peuvent être qualifiés de causal.
3) Tracer dans un repère quantités – prix une courbe de demande inverse de blé croissante et une courbe d'offre inverse.
4) Dans ce repère par quelle surface pourriez-vous représenter la famine ?
5) Tracer un équilibre qui conduit à la famine, et un équilibre sans famine.

6) En partant d'un équilibre sans famine, et en supposant que le gouvernement ne peut pas modifier la courbe de demande de blé, quelle politique pourrait conduire à ce que l'équilibre devienne un équilibre de famine ? (imaginer par exemple une taxe ou une subvention sur le prix du blé).

7) Dans un autre article, l'auteur raconte comment il a été témoin d'une famine dans sa jeunesse. Il ne s'agissait pas d'une mauvaise récolte, mais de l'arrivée d'un fort contingent de l'armée anglaise en 1949. Expliquer le mécanisme qui a conduit à cette famine dans un repère quantités – prix.

Cette partie du fascicule de travaux dirigés contient trois rubriques :

- **Dix-huit thèmes sur la théorie du consommateur**
- **Dix-huit énoncés de questions de cours**
- **Dix-huit problèmes d'annales**

Ces exercices et problèmes sont destinés à vous permettre d'assimiler progressivement les différentes notions qui seront développées ce semestre. Beaucoup de ceux-ci seront examinés et résolus durant les séances de travaux dirigés ; vous êtes invités à traiter les autres afin de vérifier votre bonne compréhension. Dans la rubrique 3, les problèmes 1, 2, 4, 6, 8, 11, 13 et 15 (respectivement 3, 5, 9, 10, 14 et 16) ont été conçus par A. Chassagnon (respectivement M. Le Breton) et ont été posés dans le cadre d'épreuves de microéconomie (les corrigés de certains problèmes d'A. Chassagnon sont disponibles sur le site web : http ://arnold.chassagnon.free.fr/AnnEco.html ; les problèmes 3 et 9 sont empruntés au manuel de P. Picard cité dans notre syllabus. Beaucoup des exercices et problèmes des rubriques 1, 2 et 3 ont été conçus par D. Bardey et A. Chassagnon ; les autres ont été partiellement ou totalement empruntés à R Boyer, M. Le Breton, C. Loustalan, P. Laporte et E. de Villemeur que nous remercions chaleureusement.

4 Dix-huit thèmes sur la théorie du consommateur

Sommaire

4.1 Ecrire la contrainte budgétaire

séance 4 **La contrainte budgétaire.** Donner deux systèmes de prix et de revenu pour lesquels l'ensemble budgétaire a pour équation :

$$\frac{1}{2}\, x_1 + \frac{4}{27}\, x_2 = \frac{103}{12} \tag{1}$$

Est-ce que le panier $(1, 1)$ appartient à l'ensemble de consommation précédent.
Montrer que si les paniers (x_1, x_2) et (a_1, a_2) appartiennent à l'ensemble de consommation précédent, c'est aussi le cas du panier de consommation

$$(\frac{1}{3}\, x_1 + \frac{2}{3}\, a_1 \;;\; \frac{1}{3}\, x_2 + \frac{2}{3}\, a_2) \tag{2}$$

Est-ce une propriété particuliére propre à cet exemple ou une propriété plus générale ?

La frontière de l'ensemble de budget. Dans un ensemble de budget à deux biens, la pente de la droite de budget représente-t'elle le taux de substitution de bien 1 en bien 2 ou bien le taux de substitution de bien 2 en bien 1 ? Justifier.
Le prix du bien 1 est $p_1 = 580$ € du bien 2, $p_2 = 1580$ €. La droite budgétaire a-t'elle ou non une pente qui dépend du revenu ? Est-elle grande ?

Achats en gros et ensemble de budget. Une société pétrolière vend son essence sans plomb 1 € le litre. Pour attirer des gros consommateurs, elle offre en promotion 300 litres d'essence pour 250 €. Tracez l'ensemble de budget d'un consommateur (un livreur) qui dispose d'un budget "essence" de 1000 euros.

Un ensemble de budget sans prix nominaux. Certains systèmes de troc sont assez largement répandus. Un consommateur vit au mois le mois. Pour simplifier, on dira qu'il existe cinq types de biens : le travail , les repas, l'alcool, les services, et l'hygiène. On note T, les heures travaillées ; R, la quantité de repas consommés ; A, la quantité d'alcool ingérée ; S, le nombre d'heures de services utilisés ; H, la quantité de biens utilisés pour l'hygiène. Ce consommateur peut travailler. Les échelles d'équivalence entre les biens sont les suivantes :

3 unités de bien d'hygiène	5 repas
2 heures de travail	3 repas
9 unités d'alcool	5 unités de bien d'hygiène
1 heure de service	1 heure de travail

Par ailleurs, le marché du travail étant saturé, ce consommateur ne peut pas espérer travailler plus de 70 h de travail pendant le mois. Mais il peut choisir de travailler partiellement ($T < 70$).

1) En prenant le travail comme unité de compte, donner le prix relatif des repas, de l'alcool et de l'hygiène.
2) Ecrire la contrainte budgétaire de ce consommateur, sous l'hypothèse qu'il n'y a pas d'épargne d'un mois à l'autre.

séance 4 **Déplacement de la droite de budget.** On considère un ensemble de consommation avec deux biens.

1) Montrer que l'ensemble de consommation devient plus grand quand l'un des prix diminue ou quand le revenu augmente. Faire un graphique et commenter.
2) Quel est l'effet d'une augmentation de la TVA sur le bien 1 sur l'ensemble de consommation ? Faire un graphique.
3) Quelle est l'équation de la droite budgétaire quand la dotation de l'agent est $(108; 45)$ et que $p_1 = 10$ et $p_2 = 34$
4) Initialement le consommateur est confronté à la droite de budget $2x_1 + 7x_2 \leq 100$. Le consommateur part vivre à l'étranger où il est soumis pour les mêmes biens à la droite de budget $8,9x_1 + 32x_2 \leq 390$. Décrire les nouveaux prix et revenu en supposant que le prix du bien 1 n'a pas été modifié.
5) Quand le prix du bien 1 quadruple et le prix du bien 2 est divisé par trois, la pente de la droite de budget augmente-t-elle ou diminue-t-elle (en valeur absolue) ?
6) En supposant que la dotation initiale d'un agent est (ω_1, ω_2), tracer sa droite de budget. Tracer la nouvelle droite de budget de ce consommateur quand $p'_1 = 2p_1$ et $p'_2 = 3p_2$.

End up, la difficile contrainte des « Happy Hours ». Marilyn va à End Up (une boite). Elle n'aime que la bière. Le prix de la bière à End Up est de $p_b = 1$ \$. Cependant, le prix des bières commandées pendant les « Happy hours », de 20H à 22H, est divisé par deux. On note x_b la consommation de Marilyn en canettes de bière achetées pendant les heures normales et x_h sa consommation en canettes de bière achetées pendant les Happy hours. On suppose que ces deux biens sont divisibles.
On suppose enfin que Marilyn rentre avec 10 $ en poche.

1) Tracer la contrainte budgétaire de Marilyn
2) A quelle condition peut-on dire que les bières achetées en heures normales et les bières achetées pendant les happy hours sont elles des substituts parfaits pour Marilyn ?

Le patron de la boite institue une règle à laquelle il est impossible de déroger : "on ne peut commander une boisson que quand on n'en a pas une déjà entamée."

3) Décrire comment cette règle modifie l'ensemble de budget de Marilyn sachant qu'elle ne peut pas consommer plus de trois bières par heure. Accompagner votre explication d'une modification de votre graphique.

4.2 Classer les paniers de biens selon ses préférences

séance 5 **Monotonie et transitivité.** On demande à un consommateur de classer en fonction de ses préférences 9 paniers de deux biens de consommation en quantités C_1 et C_2. Les paniers représentés sont les suivants :

N^o des paniers	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Quantité C_1	10	14	7	2	4	1	10	22	10
Quantité C_2	0	5	3	2	5	3	2	3	7

Les réponses du consommateur sont regroupées dans le tableau 1 « Les réponses partielles d'un consommateur ».

N^o	1	2	3	4	5	6	7	8	9
1	R		R	R	R	R			
2		R						R	R
3	NR		R		R		R		
4	R			R		R			
5	NR		R		R		R	R	
6	R			R		R	R		
7			R		R	NR	R		
8		R			NR			R	R
9		R						R	R

Ce tableau se lit de la façon suivante : si à l'intersection de la $i^{\text{ème}}$ ligne de la $j^{\text{ème}}$ colonne on trouve R, cela signifie que le panier j est préféré ou indifférent au panier i ; si au contraire on trouve NR cela signifie que le panier j n'est pas préféré ou indifférent au panier i.

TAB. 1 – Les réponses partielles d'un consommateur

1) Tracer dans l'espace (c_1, c_2) l'ensemble des paniers de biens.
2) Compléter le tableau des réponses du consommateur. Quelle hypothèse est nécessaire pour cela ?
3) Certains paniers sont-ils jugés équivalents au panier 1 aux yeux de ce consommateur ? Supérieurs ? Inférieurs ? Même question pour les paniers 2 et 3.
4) On propose au consommateur le panier (12,6). Que concluez-vous si les préférences du consommateur sont convexes ? Que signifie cette hypothèse ?
5) Pouvez-vous repérer quelques courbes d'indifférence sur le graphique ?
6) Quels sont les taux de substitution de bien 1 en bien 2 à partir du panier (2,2) pour ce consommateur ?

Les préférences rationnelles. On rappelle que les préférences d'un consommateur sont rationnelles dès qu'elles peuvent être représentées par une relation de pré-ordre, c'est-à-dire une relation binaire complète, reflexive et transitive.

1) Soit la relation $\succeq_*$ suivante : $(x_1, x_2) \succeq_* (y_1, y_2) \iff x_1 + x_2 \geq y_1 + y_2$. Vérifier que $\succeq_*$ est une relation complète, réflexive et transitive.
2) Soit la relation $\succeq_\dagger$ suivante : $(x_1, x_2) \succeq_\dagger (y_1, y_2) \iff x_1 x_2 \geq y_1 + y_2$. Désigner les propriétés manquant à $\succeq_\dagger$ pour que cette relation représente des préférences rationnelles.
3) Est-il possible de construire des préférences ayant la propriété suivante ? “Il existe au moins un panier de biens particulier tel que le consommateur n'est indifférent avec aucun autre panier de biens”. [Votre réponse doit être précise : soit vous donnez un exemple, soit vous démontrez que cela n'est pas cohérent.]

4.3 Représenter les préférences par la fonction d'utilité

séance 5 **Cohérence des observations avec certaines fonctions d'utilité.** L'objet de cet exercice est de chercher à représenter les préférences d'un consommateur dont on observe un nombre fini de relation de préférence entre deux paniers de biens. On reprend le tableau 1 « Les réponses partielles d'un consommateur », dûment complété (cf. exercice « monotonie et transitivité »).

1) Les préférences de ce consommateur sont-elles représentables par la fonction d'utilité $U = (C_1 + 2)(C_2 + 1)$?
2) Donner les équations des courbes d'indifférence correspondant aux différents paniers.
3) Les préférences du consommateur seraient-elles mieux représentées par la fonction $V = (C_1 + 2)^2 (C_2 + 1)^2$ Pourquoi ? Que pouvez-vous en conclure ?

séance 5 **Multiple représentation des préférences.** Les six fonctions d'utilité ci-aprés (indicées de A à F) ne représentent pas six agents dont les préférences seraient différentes.

$$\begin{array}{ll} U_A(x_1, x_2) = x_1 \sqrt{x_2} & U_D(x_1, x_2) = x_1 x_2 \\ U_B(x_1, x_2) = x_1^4 x_2^2 & U_E(x_1, x_2) = \sqrt{x_1}\sqrt{x_2} \\ U_C(x_1, x_2) = a\, x_1 + 3\, x_2 & U_F(x_1, x_2) = x_1^2 x_2 \end{array} \qquad (3)$$

1) Montrer que les agents A, B et F ont les mêmes préférences.
2) Montrer que les agents D et E ont les mêmes préférences.
3) Montrer en quoi les agents F et D n'ont pas les mêmes préférences.
4) Indiquer les différents types d'agents représentés par toutes ces fonctions d'utilité.

4.4 Comprendre le lien courbes d'indifférence, taux marginal de substitution et fonction d'utilité

Courbes d'indifférences obtenues à partir des TMS. Un agent particulier, appelons-le Serge a l'habitude de calculer pour lui même les valeurs relatives qu'il affecte à certains biens. Dans son système il peut comparer une coupe de cheveux à un repas standard. Pour une période d'un mois, une coupe de cheveux est évaluée à trois repas ordinaire. Par contre, une seconde coupe de cheveux est évaluée à 1,8 repas ordinaire. Une troisième coupe est évaluée à 0,5 repas. Il n'est pas prêt à donner quelque chose pour avoir plus de trois coupes de cheveux.

1) Si on note x_1 le nombre de coupes de cheveux et x_2 le nombre de repas consommés dans le mois, donner, si c'est possible, la valeur de son TMS pour les différents points de l'espace (x_1, x_2).
2) Déduire de ce que vous avez trouvé à la question précédente une forme probable de ses préférences réduites à l'espace (x_1, x_2).

TMS et pente de la courbe d'indifférence. Cet élément graphique est indépendant de la manière dont on représente les préférences

1) Expliquez si c'est le TMS de bien 1 en bien 2 ou le TMS de bien 2 en bien 1 qui est représenté par la pente de la courbe d'indifférence.
2) Montrer formellement que le TMS de bien 1 en bien 2 et le TMS de bien 2 en bien 1 sont toujours inverses l'un de l'autre

séance 6 **Les taux marginaux de substitution d'agents dont les préférences diffèrent.** Supposons qu'il y ait deux biens dans l'économie, les livres et la musique. On note x_1 la quantités de livres et x_2 la quantité de musique achetées. [Ces biens sont quantifiables, et on les suppose divisibles.]
Supposons que le TMS (de bien 1 en bien 2) de Jasmine est $\tau^J(x_1, x_2) = \frac{x_2}{x_1+x_2}$

1) Comment peut-on expliquer intuitivement la variation du TMS de Jasmine en fonction de sa consommation. [Votre réponse devra être la plus complète possible.]
2) Laure "aime plus les livres" que Jasmine. Donner un exemple de TMS de Laure qui soit compatible avec cette hypothèse.
3) Le TMS de Mickael est $\tau^M(x_1, x_2) = \frac{x_2}{2x_1}$ Que peut-on dire du goût relatif en livres de Mickael et de Jasmine.
4) La dotation initiale de Jasmine est (5,4) tandis que celle de Mickael est (12,7). Ont-ils intérêt à échanger ?
5) Même question pour (5,4) et (7,12). Même question pour (4,5) et (12,7).

TMS obtenus à partir des fonctions d'utilité. Calculer le TMS de bien 1 en bien 2 des agents dont les préférences sont décrites dans le paragraphe « Multiples représentations des préférences »(cf. équations 3 page 14).

4.5 Exemples de préférences additives, quasilinéaires, Cobb-Douglas ; les substituts et les compléments parfaits

Préférences additives. On s'interesse à la consommation d'un bien particulier par un consommateur. On note x la quantité consommée de ce bien et p son prix unitaire. On suppose alors que si ce consommateur dispose du revenu R et qu'il consomme x, son utilité est

$$U = V(x) + R - px \tag{4}$$

1) Donner une bonne raison de supposer que la fonction $V(x)$ est concave.
2) Représenter dans un espace $x, R - px$ les courbes d'indifférences typiques de ce consommateur dans le cas $< v(x)$ concave.
3) Calculer le TMS au point (a, b) et au point $(a, b + 100)$. Qu'en déduisez-vous ?
4) Est-ce que la demande du bien de consommation dépend du revenu du consommateur ? Cette propriété est-elle vérifiée en général ?

séance 6 **Préférences de type Cobb-Douglas.** On s'interesse à un agent dont le TMS de bien 1 en bien 2, toutes choses étant égales par ailleurs, est égal à

$$\tau = \frac{\alpha}{1-\alpha}\,\frac{x_2}{x_1} \tag{5}$$

α étant un paramètre compris entre 0 et 1.

1) Comparer le TMS de cet agent au point (a, b) et au point $(3a, 3b)$, et, plus généralement, en le point $(k\ a, k\ b)$ pour $k > 0$.

2) D'un point de vue qualitatif, que peut-on en déduire sur la valeur du TMS de cet agent ?
3) * Si le prix relatif se modifie, peut-on attendre que la composition du panier de bien optimal, se modifie en valeur relative (en pourcentage) ?
4) * Peut-on montrer, sans calculer la demande optimale que les biens seront normaux et ordinaires pour les agents ayant ce type de préférences ? Si oui, comment ?

séance 7 **Biens substituts parfaits.** Imaginez que pour un Martien arrivant sur terre, un monoski est le subtitut parfait de deux skis. Si x_1 désigne le nombre de skis consommés et x_2 le nombre de monoskis consommés, quelle fonction d'utilité pourrait caractériser ce martien ?

séance 7 **Biens compléments parfaits.** Un agent obstiné choisit de ne consommer whisky (bien 2) et coca (bien 1) que dans les proportions suivantes : $x_2 = \sqrt{x_1}$ (et ceci indépendemment du prix du whisky et du coca).

1) Tenter une explication rationnelle des préférences de ce consommateur.
2) Quelle fonction d'utilité pourrait représenter ces préférences ?
3) En quel sens pourrait-on dire que pour cet agent whisky et coca sont substituts parfaits ?

4.6 Repérer une consommation non optimale

L'origine de la substitution en économie. On peut expliquer la consommation d'un ménage comme la substitution entre ses heures de loisir (qu'il occupe à travailler) et les biens de consommation. Dans un monde dans lequel il n'y a que le travail et un bien de consommation, que se passe-t'il quand deux agents n'ont pas le même taux de substitution de bien en travail. Expliquer le mécanisme en le justifiant soigneusement.

séance 7 **Opportunité à saisir.** Un agent consomme 3 unités de bien 1 et 0,5 unité de bien 2. Le taux de substitution de bien 1 en bien 2 est 6.

1) Que représente ce taux ?
2) Sur le marché cet agent est confronté aux prix des biens dont le rapport est de $p_2/p_1 = 2/3$. Son revenu étant fixé, peut-il économiser du revenu en modifiant son panier de consommation ? Commenter.

séance 7 **Différence entre TMS et prix relatif.** La différence entre le TMS et le prix relatif est souvent le signal que le panier de biens envisagé n'est pas optimal. Ceci est toujours vrai quand on peut modifier localement la composition de la consommation.

1) Calculer la pente d'une droite contenant les deux points (x_1, x_2) et $(x_1 - \Delta\, x_1, x_2 + \Delta\, x_2)$.
2) Supposer que le point (x_1, x_2) appartient à une droite décroissante de pente τ. Calculer y_2 pour que $(x_1 + 1, y_2)$ appartienne à la même droite.
3) Autrement dit, si l'on suppose que τ est le TMS de bien 1 en bien 2 d'un agent, combien faut-il donner d'unités de bien 2 à l'agent pour que sa satisfaction soit égale, lorsqu'on lui retire une unité élémentaire de bien 1 ?
4) Montrer alors que si le prix relatif du bien 1 égale un, alors, les points intérieurs au domaine de consommation tels que $\tau \neq 1$ ne peuvent pas être la consommation optimale de l'agent. [On utilisera la question 1.]

Prédire une certaine évolution de la consommation des agents. On considère un univers dans lequel il n'y a que deux biens, le bien x appelé encore "santé" et le bien y appellé "nourriture". Les agents dépensent tout leur revenu pour acheter un panier de bien (x, y). On suppose que les unités dans lesquelles sont exprimées ces biens sont telles que $p_1 = p_2 = 1$. On suppose que chaque consommateur dispose initialement de 80 unités de nourriture et de 20 unités de santé.

1) Expliquer ce que représente le TMS de bien x en bien y.
2) Dire pour chacun des sept consommateurs dont les préférences sont caractérisées par les TMS de bien x en bien y qui sont donnés dans le **tableau 2** s'il se satisfait de sa dotation. Qu'est-ce que le consommateur consommerait si on lui imposait de rester proche du panier (80 u de nourriture, 20 u de santé) ?
3) Comment chacun des sept consommateurs va effectivement modifier sa consommation. [**attention !** Pour chacun des cas la forme des courbes d'indifférence importe.]
4) On considère qu'en tendance les ménages consomment relativement plus de santé que de nourriture. Comment pourriez-vous expliquer ce phénomène en terme de prix relatif et en terme de préférences ?

4.7 Calculer la consommation optimale : cas standard, solution en coin

séance 7 **Choix optimal de quelques consommateurs.** Calculer le choix optimal des sept consommateurs dont les préférences sont caractérisées dans le **tableau 2**, dans un univers dans lequel il n'y a que de des biens "santé" et "nourriture". On travaillera dans le repère santé – nourriture. La consommation santé est en abscisse, la consommation nourriture est en ordonnée. Le TMS que l'on considère est le TMS de santé en nourriture. On supposera que les prix sont égaux à 1, et que les consommateurs considérés disposent tous d'un revenu de 100 €.

Consommation optimale quand les biens sont compléments parfaits. Dans un univers à trois biens, on considère deux agents dont les fonctions d'utilité respectives sont :

$$U^A(x_1, x_2, x_3) = \min(2x_1, x_2, x_3) \quad (6)$$
$$U^B(x_1, x_2, x_3) = \min(x_1, 2x_2, x_3 + x_2) \quad (7)$$

1) Donner les trois équations que doit vérifier la consommation optimale de l'agent A. En déduire la demande de l'agent A en fonction de son revenu et du prix des trois biens p_1, p_2 et p_3.
2) Calculer la demande de l'agent B et remarquer qu'elle est identique à celle de l'agent A
3) Montrer cependant que l'agent A et l'agent B n'ont pas les mêmes préférences.

séance 8 **Solution en coin : margarine et beurre** Dans un monde dans lequel il n'y a que deux biens, le bien 1 appellé "margarine" et le bien 2 appelé "beurre" les préférences de Madame Poulard sont

$TMS^A = \frac{y}{x}$	$TMS^D = \frac{10y}{8x}$
$TMS^B = \frac{x}{y}$	$TMS^E = \frac{y^2}{x}$
$TMS^C = \frac{8y}{10x}$	$TMS^F = xy$
$TMS^G = 1 + \frac{y}{x}$	

TAB. 2 – Les préférences de sept agents

définies par le TMS de margarine en beurre suivant

$$TMS(x_1, x_2) = \begin{cases} 1 & \text{si } x_1 \leq x_2 \\ \frac{x_2}{x_1} & \text{si } x_1 \geq x_2 \end{cases} \tag{8}$$

On appelle respectivement p_1 et p_2 les prix des biens 1 et 2 et on note R le revenu de Madame Poulard.

1) Démontrer que les préférences de Madame Poulard sont convexes
2) Calculer la demande de Madame Poulard quand $\dfrac{p_1}{p_2} > 1$
3) Calculer la demande de Madame Poulard quand $\dfrac{p_1}{p_2} < 1$
4) Calculer les demandes de Madame Poulard quand $\dfrac{p_1}{p_2} = 1$

5) Trouver une fonction d'utilité représentant les préférences de Madame Poulard.

4.8 Les demandes individuelles associées aux différents types de préférence et la demande du marché

séance 8 **Calculs de demandes marshaliennes** Considérons les fonctions d'utilité suivantes :

$$U(X,Y) = X^\alpha Y^\beta \qquad U(X,Y) = \left(\sqrt{X} + \sqrt{Y}\right)^2 \qquad U(X,Y) = 2X + 3Y$$
$$U(X,Y) = Min\,(2X, Y) \quad U(X,Y) = \alpha \ln X + \beta \ln Y$$

Calculez les fonctions de demande Marshalienne des biens X et Y.

La demande walrasienne de quelques consommateurs. L'économie n'est composée que de de biens “santé” et “nourriture”. On travaillera dans le repère santé – nourriture. La consommation santé x est en abscisse, la consommation nourriture y est en ordonnée. On notera R le revenu de l'agent, p_x et p_y les prix.

1) Expliquer à nouveau pourquoi la fonction de demande y peut dépendre du prix p_x.
2) Quand on trace dans un repère (p, x) la fonction de demande de bien 1, que suppose-t-on sur la valeur des paramètres p_y et R ?
3) Trouver l'équation de la courbe de demande de santé des des sept consommateurs dont les préférences sont caractérisées dans le **tableau 2**.
4) Tracer toutes ces courbes de demande dans un même graphique.

4.9 Comment les choix des ménages révélent les préférences

La préférence révélée Dans une enquête, des consommateurs doivent indiquer leurs intentions d'achat de jus d'orange et d'ananas en fonction des prix pratiqués. Les configurations de prix proposés dans l'enquête sont les suivantes :
Config. 1 : Jus d'orange 8 francs le litre, jus d'ananas 12 francs le litre.
Config. 2 : Jus d'orange 12 francs le litre, jus d'ananas 8 francs le litre.
Config. 3 : Jus d'orange 10 francs le litre, jus d'ananas 10 francs le litre.
On notera $p^i = (p^i_1, p^i_2)$ les prix dans les configurations $i = 1, 2, 3$ où p^i_1 est le prix de jus d'orange et p^i_2 le prix du litre de jus d'ananas. On a donc :

$$p^1 = (8, 12) \qquad p^2 = (12, 8) \qquad p^3 = (10, 10) \tag{9}$$

De même, on notera $X^i = (x^i_1, x^i_2)$ les intentions d'achat du consommateur dans les configurations $i = 1, 2, 3$, où x^i_1 représente le nombre de litres de jus d'orange et p^i_2 le nombre de litres de jus d'ananas.

1) Un premier consommateur interrogé répond que dans les deux premiéres configurations, ses choix se porteront respectivement sur les paniers de consommation :

$$X^1 = (10, 10) \tag{10}$$
$$X^2 = (11, 9) \tag{11}$$

Montrez que lorsque les prix sont donnés par p^1, le consommateur dépenserait moins en achetant le panier X^2 que le panier X^1. En déduire que le consommateur préfére le panier X^1 au panier X^2. Montrez que lorsque les prix sont donnés par p^2, le consommateur dépenserait moins en achetant le panier X^1 qu'en achetant le panier X^2. En déduire que les choix de ce consommateur sont incohérents avec l'hypothèse de représentation de ses goûts au moyen d'une relation de préférence portant sur les paniers de consommation.
2) Le second consommateur interrogé donne les choix suivants :

$$X^1 = (15, 15) \tag{12}$$
$$X^2 = (16, 14) \tag{13}$$
$$X^3 = (13, 18) \tag{14}$$

Comparez aux prix p^1 la valeur du panier X^1 et celle du panier X^2. Comparez aux prix p^2 la valeur du panier X^2 et celle du panier X^3. Comparez aux prix p^3 la valeur du panier X^3 et celle du panier X^1. En déduire, selon la logique de la question 1, que les préférences de l'individu telles qu'elles sont révélées par ces choix ne peuvent pas être transitives.

4.10 Statique comparative par rapport au revenu : bien normal, bien inférieur, Courbes d'Engel

séance 9 **Deux courbes d'Engel.** Un consommateur se nourrit de deux biens exclusivement : du chocolat, en quantité Q_1 et des pâtes, en quantité Q_2. Le prix d'une tablette de chocolat est de 3 €, et celui du paquets de pâtes (pour un kg) de 2 €. Les préférences de cet agent peuvent être représentées par la fonction d'utilité suivante :

$$U(Q_1, Q_2) = (Q_2 + Q_1)(Q_1 + 4) \qquad \textit{avec } Q_1, Q_2 \geq 0. \tag{15}$$

1) Représentez graphiquement la carte d'indifférence de cet agent (pour $U > 0$).
2) Déterminez la quantité consommée de chaque bien en fonction du revenu R.
3) Représentez les courbes d'Engel relatives aux deux biens sur un même graphique et caractérisez les biens.

Biens normaux et biens inférieurs. La beauté de la théorie du consommateur est de suggérer assez simplement qu'il puisse exister des biens inférieurs.

1) Comment traduire sur un graphique prix – quantité qu'un bien est toujours normal ?
2) [Difficile & optionnel] On suppose $p_2 = 4$, Montrer que le bien 2 est normal pour le consommateur dont le TMS est

$$TMS = \frac{(x_2)^2}{x_1} \tag{16}$$

(On admettra que la solution positive de l'équation $X^2 + 2X - \frac{R}{4}$ est $X = \frac{-1+\sqrt{1+R}}{2}$)

Courbes d'Engel Considérons que les préférences d'un ménage puissent être représentées par la fonction d'utilité suivante :

$$U = X^{\frac{3}{4}} Y^{\frac{1}{4}}$$

et qu'il est confronté à la contrainte budgétaire suivante :

$$R = P_X X + P_Y Y$$

1) Déterminer l'expression des fonctions de demande des biens X et Y.
2) En se donnant des valeurs particulières pour P_X, P_Y et R, donner sur un double graphique la correspondance qui existe entre la fonction de demande du bien Y et les points d'équilibre obtenus sur les courbes d'indifférence.
Dans un premier temps, on fera apparaître la courbe d'Engel de Y associée à la courbe de "consommation-revenu", dans un second temps, la courbe de demande de Y associée à la courbe de "consommation-prix".
3) Si le revenu du ménage est mutiplié par un même coefficient que les prix, quelles seront les modifications subies par les demandes en bien X et Y ?

4.11 Statique comparative par rapport au prix : bien ordinaire, de giffen, biens substituts et complémentaires

séance 9 **Biens substituts ou compléments ?** Soit un consommateur qui a pour fonction d'utilité

$$U(x, y) = \sqrt{x} + \sqrt{x + y} \tag{17}$$

avec $x \geq 0$ et $y \geq 0$. Le revenu du consommateur est de R le prix du bien x est de p et celui du bien y est de q.

1) Représenter les courbes d'indifférence.
2) Représenter un ensemble faiblement préféré. Est-il convexe ? (Justifier)
3) Calculer le taux marginal de substitution.
4) Calculer les fonctions de demande par la méthode de substitution. On précisera nettement les différentes étapes du calcul.
5) Déterminer le choix optimal fait par l'individu si $p = 1, q = 2$ et $R = 10$.
6) Vérifier que, dans le cas où le maximum est intérieur, le taux marginal de substitution au point de choix optimal est bien égal à la pente de la droite de budget.
7) Pour $p = 3$ et $q = 1$, tracer la courbe d'Engel du bien x et du bien y. Sur un autre graphique, tracer la courbe consommation-revenu.
8) Les biens x et y sont-ils substituts ou compléments ? (Justifier)

4.12 Calculer les élasticités prix et revenu

Elasticités dans le cas discret. Le tableau suivant résume comment le nombre de disques consommés varie avec le prix et le revenu.

Prix en €	Qté [Revenu 10 000]	Qté [Revenu 12 000]
8	40	50
10	32	45
12	24	30
14	16	20
16	8	12

(18)

1) Calculer l'élasticité-prix de la demande quand le prix des disques passe de 8 à 10€, de 10 à 12 € et de 14 à 16 €, dans le cas où le revenu est 10 000€ et dans le cas où le revenu est 12 000€.

2) Calculer l'élasticité- revenu quand le revenu passe de10 000€ à 12 000€, lorsque le prix est égal à 12€ puis lorsque le prix est égal à 16€.

Une demande élastique. Suite à une chute du cours mondial du beurre, le prix de la livre est passé de 5F à 3F en Patagonie. Les patagons qui en consommaient une livre par semaine se restreignent et viennent à en consommmer une livre tous les cinq jours. Leur demande est-elle élastique par rapport au prix ? Justifier votre réponse.

séance 9 **Elasticités dans le cas continu.** Une firme produisant des pneus a réalisé une étude marketing et a pu déterminer la demande de pneus en fonction du prix

$$q = \frac{10000}{p} \tag{19}$$

lorsque le prix est exprimé en euros.

1) Pourquoi cela est-il raisonnable de considèrer une demande continue alors que le pneu n'est pas un bien divisible ?
2) Calculer l'élasticité-prix de cette demande de pneus pour $p = 34$.
3) Dans le calcul précédent, est-il important de préciser que dans la formule de la demande, les prix sont exprimés en francs ? N'est-ce pas en contradiction avec le fait que l'élasticité est indépendante des unités en lesquelles sont exprimées la demande ?

séance 10 **Fonction de demande et élasticité** La demande d'un bien Q est fonction du prix du bien (P), des prix des autres biens (P_i) et du revenu (R). L'estimation fournit par les économètres de cette fonction de demande est la suivante :

$$Q = P^{-0.3} P_i^{0.1} R^{0.4}$$

Quelle sera la modification en pourcentage enregistrée dans la demande de Q si :

1) P croît de 10%, P_i et R restant inchangés ?
2) P_i croît de 5%, P et R restant inchangés ?
3) R décroît de 10%, P et P_i restant inchangés ?

4.13 Utilité indirecte

Fonctions de demande et fonctions d'utilité indirecte Calculez les fonctions de demande puis les fonctions d'utilité indirecte qui correspondent aux fonctions d'utilité suivantes :

1) $U^1(x_1, x_2) = \ln\ x_1 + \ln\ x_2$
2) $U^2(x_1, x_2) = x_1\ x_2^2$
3) $U^3(x_1, x_2, x_3) = \ln\ x_1 + 3 \ln\ x_2 + 2 \ln\ x_3$
4) $U^4(x_1, x_2) = \sqrt{x_1} + \sqrt{x_2}$
5) $U^5(x_1, x_2) = Min\,(2x_1, x_2)$

On notera R le revenu et p_1, p_2 (voire p_3) les prix respectifs des biens 1, 2 (et 3).

Etude normative de deux systèmes de prix Le monde est composé de deux biens : le salé (bien 1) et le sucré (bien 2). On note p_1 le prix du salé et p_2 le prix du sucré. On étudie le bien-être d'un agent, Marco, dont les préférences inaltérables sont définies par la donnée de son TMS de bien 1 en bien 2 (on note x_1 (resp. x_2) la quantité de bien 1 (resp. de bien 2) demandée) :

$$TMS = \frac{x_2}{x_1} \tag{20}$$

1) Prouver que les préférences de Marcos sont convexes.

Marcos vit sous une dictature dans laquelle les prix sont soumis à la fantaisie du dictateur qui n'aime que le sucré. Ainsi donc, ce dictateur impose les prix suivants : $(p_1, p_2) = (8, 20)$. Le revenu de Marcos est de 100.
2) Calculer la demande de salé et la demande de sucré de Marcos, (x_1^*, x_2^*).

Marcos envisage d'immigrer dans un grand pays dans lequel les prix sont plus homogènes. Dans ce pays , les prix sont $(p_1, p_2) = (10, 10)$. Le revenu de Marcos serait identique dans le grand pays.
3) Calculer la demande de salé et la demande de sucré de Marcos dans ce nouveau pays, (x_1^{**}, x_2^{**}).
4) Vérifier si Marco pourrait se payer le panier de consommation (x_1^*, x_2^*) dans le nouveau système de prix.
5) Dire si Marcos serait plus heureux dans la dictature du sucre ou dans le grand pays. Motiver votre réponse.

séance 10 **Fonction d'utilité indirecte et demande compensée** On considère un premier ménage dont les préférences *indirectes* sur les biens de consommation groupés en deux groupes notés respectivement 1 et 2 sont décrites par la fonction d'utilité indirecte V définie ci-dessous :

$$V(p_1, p_2, R) = \frac{R(p_1 + p_2)}{p_1 p_2} \tag{21}$$

où p_1 et p_2 dèsignent les prix unitaires des biens des groupes 1 et 2 et R le revenu du ménage.

1) Montrer que cette fonction est croissante avec le revenu et décroissante avec les prix. Montrer enfin que si le revenu et les prix sont multipliés par un même facteur multiplicatif, l'utilité indirecte ne change pas.
2) Montrer que si $p_1 = p_2$, une augmentation du prix du bien 1 de 50 % est compensée par une diminution du prix du bien 2 de 25%.
3) En utilisant l'équation 21 montrer qu'avec le revenu

$$e = \frac{U(p_1 p_2)}{p_1 + p_2} \tag{22}$$

un agent peut obtenir une utilité U donnée.
4) Qu'est-ce qui vous permet de dire que la fonction $e(p_1, p_2, U)$ calculée à la question précédente est la fonction de dépense du ménage ?
5) En utilisant l'équation 21 montrer quelle augmentation du revenu permet de compenser exactement une augmentation du prix des deux biens de 33%.
6) En utilisant l'équation 22 montrer que l'augmentation du revenu qui permet de compenser exactement une augmentation du prix du bien 1 de 33% est inférieure à 33%. Est-ce surprenant ?
7) En supposant que $p_1 = p_2$ calculer l'augmentation du revenu qui permet de compenser exactement une augmentation de 33% du prix du bien 1.

4.14 Evaluer la variation du bien-être avec la variation compensée

séance 10 On considère un premier ménage consacrant son revenu R à l'achat de deux biens. On note p_1 et p_2 les prix unitaires de ces deux biens et on désigne par $x_1$et x_2 les quantités consommées. On suppose : $x_1 \geq 0$ et $x_2 \geq 0$. Les préférences de ce ménage sont représentées par la fonction d'utilité :

$$U(x_1, x_2) = \sqrt{x_1} + x_2 \tag{23}$$

1) Déterminez les demandes Walrasiennes de ces deux biens. Montrez en particulier que si $R > \frac{p_2^2}{4p_1}$, $x_1(p_1, p_2, R) = \frac{p_2^2}{4p_1^2}$ et $x_2(p_1, p_2, R) = \frac{R}{p_2} - \frac{p_2}{4p_1}$. Représentez la courbe d'Engel du bien 1 et calculez les élasticités prix et revenu pour chacun des biens.
2) Déterminez la fonction d'utilité indirecte $V(p_1, p_2, R)$ de ce ménage.
3) Déterminez la fonction dépense $e(p_1, p_2, u)$ de ce ménage.
4) On suppose dorénavant que $p_2 = 1$ et $p_1 > \frac{1}{4R}$. Représentez sur un graphique la fonction de demande inverse de bien 1 de ce ménage et calculez le surplus de ce ménage. Expliquez pourquoi une variation de surplus consécutive à une variation de p_1 *mesure exactement* la variation de bien être de ce ménage en unités de revenu.
5) Le gouvernement décide d'imposer un taxe unitaire indirecte d'un montant t_1 sur la consommation du bien 1. Quel est le montant des recettes fiscales collectées ? Quelle est la perte de bien être de ce ménage ? Quelle compensation financière devrait recevoir ce ménage pour retrouver son niveau de vie antérieur ? Ce montant coincide t-il avec les recettes du gouvernement ? Pourquoi ?

On considére un second ménage disposant d'un revenu R' consacré également à l'achat des biens 1 et 2. On désigne par y_1 et y_2 les quantités consommées des deux biens. Les préférences de ce ménage sont représentées par la fonction d'utilité :

$$U'(y_1, y_2) = y_1^2 y_2^3 \tag{24}$$

6) Déterminez les demandes Walrasiennes de ces deux biens.
7) On suppose dorénavant que $p_2 = 1$. Représentez sur un graphique la fonction de demande inverse de bien 1 de ce ménage et calculez les variations de surplus de ce ménage (ici vous noterez que nous parlons de variations de surplus car l'aire sous la courbe de demande inverse est infinie). Expliquez pourquoi une variation de surplus consécutive à une variation de p_1 *ne mesure pas exactement* la variation de bien être de ce ménage en unités de revenu.
8) **Dans le contexte de la politique fiscale introduite à la question 1.5., comment calculer la compensation financière que devrait recevoir ce ménage pour retrouver son niveau de vie antérieur ?**

4.15 Distinguer les effets de substitution des effets de revenu

Effet d'une variation de prix sur la consommation. Dans un monde (fruste) dans lequel le bien 1 désigne la nourriture et le bien 2 des tours au Luna Park, on sait que Mr T, dont les préférences sont convexes, lorsqu'il dispose d'un revenu mensuel de 1 000€, et que les prix p_1 et p_2 valent respectivement 10 € et 100 € choisit de consommer le panier $(50, 5)$.
Les prix changent subitement : $(p_1', p_2') = (15, 100)$. Répondre aux questions suivantes en faisant un seul graphique.

1) Peut-on savoir sans ambiguïté si le bien-être de Mr. T est supérieur ou inférieur dans cette nouvelle situation
2) Combien faudrait-il donner de revenu supplémentaire à Mr. T pour qu'il puisse acheter aux nouveaux prix le panier de consommation initial $(50, 5)$?
3) Si lors de ce changement de prix, on donnait ce revenu supplémentaire à Mr. T, consommerait-il $(50, 5)$ ou choisirait-il un autre panier ?
4) Peut-on savoir sans ambiguïté si alors il consommerait moins de nourriture et plus de Luna Park ?
5) Si lors de ce changement de prix, on donnait ce revenu supplémentaire à Mr. T, son bien-être serait-il supérieur ou inférieur au bien-être initial ?
6) Que peut-on dire de son changement de consommation entre les prix (p_1, p_2) et les prix (p_1', p_2') ?
7) Caractériser les deux effets revenus et substitution dans cet exemple. Quel est l'effet qui est ambigü ? Est-ce l'effet de substitution, l'effet de revenu ?

Supposer que Mr T. ait des préférences Cobb-Douglas (TMS=x_2/x_1).
8) Calculer la variation de sa demande en bien 1 en distinguant l'effet de substitution de l'effet de revenu. [Pour celà on calculera sa demande initiale, sa demande après le changement des prix, et la demande qu'il aurait faite aux nouveaux prix avec le revenu qui permettrait de maintenir le pouvoir d'achat initial.]

séance 11 **Effet substitution et effet revenu pour un consommateur.** On considère un consommateur disposant d'un revenu disponible M destiné à être entièrement consacré à l'achat de deux biens 1 et 2 en quantités respectives C_1 et C_2. Les préférences de ce consommateur rationnel peuvent être représentées par la fonction d'utilité :

$$U(C_1, C_2) = C_1^2 C_2 \quad \text{avec} \quad C_1,\, C_2 > 0. \tag{25}$$

1) Tracer deux courbes d'indifférence tirées de cette fonction d'utilité. A quelles hypothèses de la théorie du consommateur sont elles conformes ?
2) Le consommateur dispose d'un revenu $M = 300$ ¸ et considère comme des données les prix unitaires des biens $p_1 = 1$ ¸ pour le bien 1 et de $p_2 = 1$ ¸ pour le bien 2. Donner l'équation de la contrainte budgétaire et la représenter dans le plan (C_2, C_1). Quel est le domaine des choix possibles pour ce consommateur ? Si on proposait à ce consommateur les 3 assortiments suivants, lui apportant la même satisfaction, lesquels lui seraient accessibles ?

C_1	50	100	200
C_2	800	200	50

3) L'assortiment (100,200) est-il un choix optimal, ou bien le consommateur peut-il améliorer sa situation ? Même question pour l'assortiment (250,50).
4) Quel est l'assortiment choisi par le consommateur ? Représenter graphiquement l'équilibre du consommateur.
5) Déterminer les fonctions de demande pour chaque bien 1 et 2. Tracer une courbe de demande pour chacun d'eux.
6) Quel est le nouveau point d'équilibre si le revenu du consommateur double ? Donner l'expression de la courbe de consommation par rapport au revenu.
7) Le revenu restant égal à 300 ¸, le prix du bien 2 baisse à $0,25$ ¸. Quelles sont les nouvelles quantités consommées ? Faire apparaître les effets substitution et revenu, et les illustrer graphiquement.

4.16 Indices de prix

Soit un consommateur dont les préférences sont représentées par la fonction d'utilité :

$$U(x_1, x_2) = \sqrt{x_1}\,\sqrt{x_2} \qquad x_1 \geq 0,\; x_2 \geq 0 \tag{26}$$

où x_1 et x_2 représentent les quantités consommes de deux biens dont les prix sont notés p_1 et p_2. Le revenu est noté R.

1) Déterminez les fonctions de demande du consommateur
2) Quel niveau minimal de revenu permet au consommateur d'atteindre un niveau d'utilité u lorsque les prix sont p_1 et p_2 ? Ce niveau minimal de revenu sera noté $D(u, p_1, p_2)$.
3) On considère une situation initiale où le revenu du consommateur est égal à R^0 et où les prix des biens 1 et 2 sont respectivement p_1^0 et p_2^0 et une situation finale où ces variables sont respectivement égales à R^1, p_1^1 et p_2^1. Soient x_1^0 et x_2^0 les quantités de biens 1 et 2 consommés

dans la situation initiale et soient x_1^1 et x_2^1 les quantités consommés dans la situation finale. Soit L l'indice de prix de Laspeyres défini par :

$$L = \frac{p_1^1\, x_1^0 + p_2^1\, x_2^0}{p_1^0\, x_1^0 + p_2^0\, x_2^0} \tag{27}$$

Soit P l'indice de Paasche défini par :

$$P = \frac{p_1^1\, x_1^1 + p_2^1\, x_2^1}{p_1^0\, x_1^1 + p_2^0\, x_2^1} \tag{28}$$

et soit I un indice appelé « indice vrai du coût de la vie »défini par :

$$I = \frac{D(u^0, p_1^1, p_2^1)}{D(u^0, p_1^0, p2^0} \tag{29}$$

où $u^0 = (x_1^0, x_2^0)^{\frac{1}{2}}$ représente l'utilité du consommateur dans la situation initiale.
4) Quelle est l'interprétation des indices L, P et I ? Que pouvez-vous dire de l'évolution de la satisfaction du consommateur entre la situation initiale et la situation finale lorsque $\frac{R^1}{R^0} > I$ et $\frac{R^1}{R^0} < I$?
5) Calculez L, P et I dans le cas :

$$\begin{array}{ll} p_1^0 = 1\,; & p_2^0 = 1 \\ p_1^1 = 4\,; & p_2^1 = 1 \end{array} \tag{30}$$

6) On dit que le pouvoir d'achat du consommateur a augmenté de la période initiale à la période finale lorsque $\frac{R^1}{R^0} > J$, où J est un indice du coût de la vie. Inversement, on dit que le pouvoir d'achat a diminué quand $\frac{R^1}{R^0} < J$. Montrez, à l'aide des résultats de la deuxième question que l'utilisation des indices de Laspeyres ou de Paasche (c'est-à-dire $J = L$ ou P) peut conduire à conclure à une augmentation du pouvoir d'achat alors que la satisfaction a diminué ou inversement à une diminution du pouvoir d'achat alors que la satisfaction a augmenté.

4.17 L'effet des politiques publiques sur la demande

séance 11

On considère une économie composée d'une population de ménages identiques consommant 3 biens notés respectivement 1, 2 et 3. Ces ménages ont un revenu R et des préférences pour les biens 1, 2 et 3 représentées par la fonction d'utilité U définie ci-dessous :

$$U(x_1, x_2, x_3) = x_1 + \sqrt{x_2} + 2\sqrt{x_3} \tag{31}$$

où x_1, x_2 et x_3 désignent les quantités consommées des biens 1,2 et 3.

1) On note p_2 et p_3 les prix unitaires respectifs des biens 2 et 3 et on suppose que le prix unitaire du bien 1 est égal à 1. En utilisant le théorème de Kuhn-Tucker, calculez les demandes Walrasiennes de ces ménages. Montrez en particulier que les trois biens sont consommés dès l'instant où $R > \frac{1}{4p_2} + \frac{1}{p_3}$.
2) Le gouvernement souhaite lever des taxes indirectes sur la consommation des biens 2 et 3 dans le but de financer une dépense publique d'un montant supposé égal à B. Nous noterons respectivement t_2 et t_3 les montants unitaires de ces taxes et nous supposerons que les prix unitaires HT des biens 2 et 3 sont egaux à 1 (les prix TTC des biens 2 et 3 sont donc respectivement égaux à $1 + t_2$ et $1 + t_3$). On suppose dorénavant que $R > \frac{5}{4}$. En notant N le nombre de ménages dans la population, montrez, en utilisant les résultats de la question 1.1. que le montant des recettes fiscales est égal à :

$$N\left(\frac{t_2}{4(1+t_2)^2} + \frac{t_3}{(1+t_3)^2}\right) \tag{32}$$

Déduisez de ce calcul qu'il a un "effet Laffer". Montrez en particulier que les recettes fiscales commencent à décliner dès l'instant où t_2 ou (et) t_3 est supérieur à 1. Ecrivez la contrainte budgétaire du gouvernement et déduisez de ce qui précède que la dépense B ne saurait excéder $\frac{5N}{16}$.

Nous supposons dorénavant que $B < \frac{5N}{16}$ et on suppose que le gouvernement souhaite choisir les taxes t_2 et t_3 de facon à minimiser la dégradation du niveau de vie des ménages.
3) Pourquoi est est-il légitime de mesurer ici cette dégradation par la perte de surplus ? Montrez que cette perte de surplus est égale à :

$$\frac{t_2}{4(1+t_2)} + \frac{t_3}{1+t_3} \tag{33}$$

4) Déduisez de ce qui précède que le programme du gouvernement s'écrit :

$$\begin{array}{rl} \min_{t_2,t_3} & \frac{t_2}{4(1+t_2)} + \frac{t_3}{1+t_3} \\ s.c. & t_2 \geq 0 \\ & t_3 \geq 0 \\ & \frac{t_2}{4(1+t_2)^2} + \frac{t_3}{(1+t_3)^2} = \frac{B}{N} \end{array} \tag{34}$$

On admet que le programme de la question 2.2. admet une unique solution $(t_2(B), t_3(B))$ telle que : $t_2(B) = t_3(B) > 0$. Dans la suite de la question nous noterons $t(B)$ la taxe indirecte optimale commune aux biens 2 et 3 lorsque le montant de la dépense publique est B.
5) Montrez que :

$$t(B) = \frac{5N - 8B - 4N\sqrt{\frac{25}{16} - \frac{5B}{N}}}{8B} \tag{35}$$

Notons λ la variable duale associée à la contrainte budgétaire du gouvernement. Montrez que :

$$\lambda(B) = 1 + \frac{2t(B)}{1-t(B)} \tag{36}$$

6) Expliquez pourquoi $\lambda(B)$ s'interprète comme le coût marginal de la dépense publique par ménage lorsque le budget courant est B. Devons nous être surpris de trouver $\lambda(B) > 1$ c'est à dire que l'équivalent monétaire de la perte pour un ménage d'un franc supplémentaire prélevé de la sorte est supérieure à un franc ? Y a t-il un autre mode de prélèvement fiscal pour lequel le coût d'opportunité marginal d'un franc public serait exactement égal à un franc ?

Dans ce problème nous avons supposé que tous les ménages étaient identiques. Supposons maintenant que l'économie soit composée de deux groupes de ménages différents notés A et B. Les ménages du groupe A, au nombre de n^A sont décrits par un revenu R^A et la fonction d'utilité U^A considérée ci-dessus, c'est à dire :

$$U^A(x_1^A, x_2^A, x_3^A) = x_1^A + \sqrt{x_2^A} + 2\sqrt{x_3^A} \tag{37}$$

où x_1^A, x_2^A et x_3^A désignent les quantités consommées des biens 1,2 et 3 par un ménage du groupe A. Les ménages du groupe B, au nombre de n^B, ne consomment pas le bien 3. Ils sont décrits par un revenu R^B et la fonction d'utilité définie comme suit :

$$U^B(x_1^B, x_2^B,) = x_1^B + \sqrt{x_2^B} \tag{38}$$

où x_1^B et x_2^B désignent les quantités consommées des biens 1et 2 par un ménage du groupe B. On suppose que $n^A = \gamma n^B$ où γ est un paramètre positif inférieur à 1, c'est à dire que les ménages de type B sont plus nombreux que les ménages de type A .
7) Déterminez la politique fiscale mise en place par un gouvernement qui se soucie exclusivement du niveau de vie des ménages du groupe majoritaire.

4.18 L'offre de travail

séance 12 **Courbe d'offre du travail** Soit une fonction d'utilité :

$$U = \frac{Rl}{l+R}$$

où R est le revenu provenant exclusivement du travail et l représente le loisir. T est le temps total disponible à consacrer au travail (t) et au loisir (l). w représente le taux de salaire horaire.
1) Calculez la fonction d'offre de travail ainsi que son élasticité par rapport au salaire. Qu'en pensez vous ?
2) Supposons $T = 24$. Dans un premier temps $w = 1$, dans un second temps $w = 4$, calculer les demandes associées puis dissocier l'effet revenu et l'effet substitution par la méthode de la différence de coût. Commenter les résultats.

séance 12 **Taxation et offre de travail** On considère un ménage dont les préférences portent sur la consommation et le temps consacré aux activités non professionnelles (appelé temps de loisir). On représente par un bien unique la consommation de ce ménage et on note C le volume de cette consommation. On note T le temps de loisir et on suppose que ce ménage peut travailler pendant une durée maximale posée égale à 1.
Le revenu de ce ménage est composé de son revenu salarial et d'une prestation sociale de l'état dont le montant est noté A. On note w le taux de salaire unitaire et on suppose que le prix du bien de consommation est égal à 1. Les préférences du ménage sont représentées par la fonction d'utilité :

$$U(C,T) = LogC + \alpha LogT \tag{39}$$

où α est un paramètre positif.

1) Déterminez l'offre de travail de ce ménage en fonction de w et A.
2) Le gouvernement introduit une imposition sur les revenus salariaux à taux fixe, noté t. Quel est l'impact de cette politique sur l'offre de travail ?
3) On suppose qu'il y dans l'économie deux types de ménages qui ne diffèrent que par le taux de salaire unitaire en raison de différences dans leurs qualifications respectives. On note respectivement w_1 et w_2 les taux de salaire unitaires dans les deux groupes et on suppose $w_1 < w_2$. On suppose que le gouvernement veut venir en aide aux ménages du groupe 1 en imposant à taux fixe le revenu salarial des ménages du groupe 2 et en versant le produit de ces recettes aux ménages du groupe 1 sous la forme d'un forfait.

On note respectivement n_1 et n_2 le nombre de ménages dans chacun des deux groupes, t le taux d'imposition qui s'applique aux ménages du groupe 2 et A la prestation reçue par les ménages du groupe 1.
4) Ecrivez la contrainte budgétaire du gouvernement. **Y a t-il d'autres contraintes auxquelles ce gouvernement pourrait faire face dans la mise en oeuvre d'une telle politique ?**

5 Dix-huit questions de cours

Sommaire

5.1 Ecrire une question de cours

Lorsqu'on vous pose une questions de cours, les trois (ou quatre) points suivants doivent toujours apparaître :

- La définition des mots importants du sujet, de la question, ou encore des mots qu'il vous semble indispensable d'introduire pour répondre à la question
  ⇒ Toujours vérifier ex post que la définition est concise, précise et qu'elle correspond aux définitions du cours.
- L'énoncé précis des affirmations que vous allez développer dans la question de cours.
  ⇒ Vous devez toujours vérifier ex post que ces affirmations répondent vraiment à la question posée, et que vous n'êtes pas hors sujet.
- L'argumentation qui justifie les thèses que vous avez choisi de développer.
  ⇒ Vous devez systématiquement vérifier le bon emploi de toutes les conjonctions de coordination, en particulier DONC, C'EST POURQUOI...Vous êtes en particulier noté sur la logique.
- Illustrer par un exemple si cela éclaire votre réponse.
  ⇒ Le ou les exemples choisis doivent être simples si possible, et pouvoir rendre accessible votre raisonnement aux non initiés.

5.2 Concurrence

1) Quelles sont les conditions de la concurrence pure et parfaite ?
2) On attribue classiquement à la concurrence deux vertus : assurer l'efficacité de la production et l'adéquation de l'offre à la demande
3) Dans le cas du marché du travail, passez les conditions de la concurrence pure et parfaite en revue et indiquez si elles sont vérifiées.

5.3 Offre et demande

1) Les firmes peuvent-elles choisir où elles vont se placer sur leur courbe d'offre ? Quelles sont les idées intuitives qui expliquent que la courbe d'offre d'une firme en concurrence pure et parfaite est croissante ?
2) Donner au moins deux raisons pour lesquelles le prix d'un bien sur un marché en équilibre pourrait baisser.
3) Samuelson[2] commente l'évolution des salaires dans le secteur de la santé.

> *"L'énorme croissance des soins médicaux ne s'est pas accompagnée d'un accroissement de formation de personnels qualifiés. Une grave pénurie de main d'oeuvre à court terme*

[2] dans Sammuelson, *Principes de microéconomie*, traduction française, 2000

engendra une augmentation du salaire des infirmières de 70%. Cette hausse de salaire a été déterminante pour attirer du monde dans les métiers de la santé et la pénurie disparut dans les années 92."

Quels sont les hypothèses implicites de cet auteur ? Commenter le mécanisme décrit.

5.4 Valeur et prix

1) Est-ce le prix ou le prix relatif qui se définit comme un rapport de quantités. Pourquoi utilise-t'on des prix en économie ?
2) Un inventeur découvre une nouvelle matière qui sera utilisée en particulier pour contruire des cadres de vélo, plus légers et plus résistants. À votre avis, quelles vont être les composantes du prix de cette nouvelle matière sur le marché des matériaux ?
3) Definition et portée de la notion de taux marginal de substitution. Quels sont les déterminants des TMS d'un ménage ?

5.5 Consommation des ménages

1) La consommation des ménages dépend de leurs préférences, de leurs ressources et des conditions de leur approvisionnement. Expliquer.
2) Comment la théorie économique exprime les arbitrages auxquels les consommateurs font face ?
3) Comment et sous quelles hypothèses une politique de prix affecte-t-elle de manière prévisible la demande des consommateurs ?

5.6 Variations de la demande

1) En supposant que la demande d'essence est plutôt inélastique, expliquez si les consommateurs vont dépenser plus ou moins en essence dans leur budget suite à une augmentation du prix de l'essence. Que se passerait-il si on supposait que la demande est élastique ? Justifier vos réponses avec précision en prenant éventuellement des exemples pour soutenir votre raisonnement.
2) La courbe de demande d'un consommateur est-elle toujours croissante ?
3) Christophe Barret[3] remarque que "Les prix nets de certains services, les crèches notamment, dépendent des revenus des ménages. Intégrer correctement leur évolution au calcul de l'indice des prix soulève toute sorte de problèmes mais permet ensuite d'analyser les déterminants de l'élasticité des prix aux revenus". Si l'on ne tenait pas compte de ce lien entre le prix moyen des crèches et le revenu des ménages, l'élasticité prix que l'on calculerait serait-elle plus élevée ou plus faible ?

5.7 Bien-être des ménages

1) Charge morte et surplus.
2) Expliquer pourquoi le bien-être des agents ne diminue pas nécessairement quand les taux d'intérêt augmentent. (on pourra illustrer le raisonnement à partir du modèle de consommation intertemporelle un bien, deux périodes.)
3) Le surplus est-il une bonne mesure du bien-être des ménages ?

[3] et alii, *Economie et Statistique* n^0 361, Juin 2003

6 Dix-huit problèmes d'annales

Sommaire

6.1 Biens substituts ou compléments ?

Soit un consommateur qui a pour fonction d'utilité

$$U(x,y) = \sqrt{x} + \sqrt{x+y} \tag{40}$$

avec $x \geq 0$ et $y \geq 0$. Le revenu du consommateur est de R le prix du bien x est de p et celui du bien y est de q.

1) Représenter les courbes d'indifférence.
2) Représenter un ensemble faiblement préféré. Est-il convexe ? (Justifier)
3) Calculer le taux marginal de substitution.
4) Calculer les fonctions de demande par la méthode de substitution. On précisera nettement les différentes étapes du calcul.
5) Déterminer le choix optimal fait par l'individu si $p = 1, q = 2$ et $R = 10$.
6) Vérifier que, dans le cas où le maximum est intérieur, le taux marginal de substitution au point de choix optimal est bien égal à la pente de la droite de budget.
7) Pour $p = 3$ et $q = 1$, tracer la courbe d'Engel du bien x et du bien y. Sur un autre graphique, tracer la courbe consommation-revenu.
8) Les biens x et y sont-ils substituts ou compléments ? (Justifier)

6.2 Une consommation optimale en coin

Les Préférences d'Antoinette dans l'espace crème de jour (bien 1) – crème de nuit (bien 2) s'expriment à travers sa fonction d'utilité :

$$U(x_1, x_2) = x_1\,(x_1 + x_2) \tag{41}$$

x_1 étant le nombre de pots de crème de jour qu'elle consomme dans le mois, et x_2, le nombre de pot de crème de nuit qu'elle consomme dans le mois. On représente les courbes d'indifférence d'Antoinette dans le repère $x_1 - x_2$. On note R le revenu mensuel qu'elle consacre à l'achat de ces deux biens.

1) Pour $x_1 \neq 0$ calculer $U(x_1, 0)$. En déduire que les courbes d'indifférences coupent toutes l'axe horizontal.
2) Pour $x_2 \neq 0$ calculer $U(0, x_2)$. En déduire qu'aucune des courbes d'indifférences ne coupe l'axe vertical.
3) Calculer le TMS de bien 1 exprimé en bien 2 en n'importe quel point (x_1, x_2).

Le but du probléme est de caractériser les situations dans lesquelles il y a une demande « en coin ».
4) En supposant que la demande optimale d'Antoinette en crème de nuit soit nulle, calculer sa demande optimale en crème de jour, et alors, son TMS de crème de jour. Que remarquez-vous ?
5) Dans la situation précédente, que peut-on dire du TMS en crème de jour et du prix relatif $\frac{p_1}{p_2}$? Traduire en équation la remarque que vous aurez faite afin de déduire la relation sur les prix, nécessaire et suffisante pour que la demande soit en coin.
6) Quelles sont les hypothèses implicites du probléme qui permettent de séparer la demande de créme de jour et de créme de nuit de la demande des autres biens pour cette consommatrice ?

6.3 Les courbes d'Engel pour deux types de biens

On considére un ménage dont les préférences sur les biens de consommation rangés en deux groupes notés respectivement 1 et 2 sont décrites par la fonction d'utilité U définie ci-dessous :

$$U(x_1, x_2) = \alpha Log x_1 + \sqrt{x_2} \tag{42}$$

où x_1 et x_2 designent les quantités consommées des biens des groupes 1 et 2 et α est un paramètre positif.

1) En supposant que les prix unitaires des deux groupes de biens sont tous les deux égaux à 1 et en notant R le revenu de ce ménage, montrez que ses demandes Walrasiennes pour les deux groupes de biens sont respectivement :

$$2\alpha\sqrt{\alpha^2 + R} - 2\alpha^2 \text{ pour le premier groupe} \tag{43}$$

et

$$2\alpha^2 + R - 2\alpha\sqrt{\alpha^2 + R} \text{ pour le second groupe} \tag{44}$$

2) Représentez les courbes d'Engel relatives aux deux groupes de biens. Les biens sont-ils normaux ? Quelle est la valeur des élasticités revenu lorsque R est très élevé ? Expliquez pourquoi les préférences ne sont pas homothétiques ?

6.4 Des préférences hétérogènes

On considère un univers dans lequel il n'y a que deux biens, le bien x appellé encore "santé" et le bien y appellé "nourritures". Les agents dépensent tout leur revenu pour acheter un panier de bien (x, y). Les préférences de l'agent A sont caractérisées par la donnée de son taux marginal de substitution de bien x en bien y, $t(x, y)$:

$$t_A(x, y) = \frac{y}{x} \tag{45}$$

Les préférences de Monsieur B sont caractérisés par la fonction d'utilité suivante :

$$u_B(x, y) = x^3\, y \tag{46}$$

On suppose que les prix des deux biens sont respectivement égaux à 1. On note R_A (resp. R_B) le revenu de Monsieur A (resp. B).

1) Que représente le TMS de bien 1 en bien 2 pour les agents.
2) Comment peut-on calculer le TMS de bien 1 en bien 2 pour Monsieur B à partir de la donnée de sa fonction d'utilité ? Calculez le pour n'importe quel panier (x, y) (on le notera $t_B(x, y)$).
3) Serait-il possible de représenter les préférences de Monsieur A par une fonction d'utilité à partir de la seule donnée de son TMS ? Que pouvez-vous dire concrètement de la forme des courbes d'indifférence de Monsieur A ? (Justifier formellement votre réponse.)
4) Démontrer que quel que soit le panier de bien (x, y) considéré, $t_A(x, y) \leq t_B(x, y)$. Interpréter ce résultat
5) Représentez dans un repère x, y la droite de budget correspondant à un revenu de 100. Tracer la courbe d'indifférence de Monsieur A passant par le point $(50; 50)$. Que remarquez-vous ?
6) Démontrer, en vous basant uniquement sur le graphique précédent (et surtout en évitant de calculer la demande de Monsieur B), que si Monsieur B disposait d'un revenu égal à 100, il demanderait plus de bien de santé que de nourriture.

6.5 Un ménage caractérisé par sa fonction d'utilité indirecte ou par sa fonction dépense

On considère un premier ménage dont les préférences *indirectes* sur les biens de consommation groupés en deux groupes notés respectivement 1 et 2 sont décrites par la fonction d'utilité indirecte V définie ci-dessous :

$$V(p_1, p_2, R) = \frac{R(p_1 + p_2)}{p_1 p_2} \tag{47}$$

où p_1 et p_2 designent les prix unitaires des biens des groupes 1 et 2 et R le revenu du ménage.

1) Cette fonction d'utilité indirecte a t-elle la forme de Gorman ?
2) En utilisant les identités de Roy, déduisez les demandes Walrasiennes de ce ménage.

On considère maintenant un second ménage dont les préférences sur les groupes de biens de consommation 1 et 2 sont décrites par la fonction dépense e définie ci-dessous :

$$e(p_1, p_2, u) = \frac{p_1 p_2 u}{p_1 + p_2} \tag{48}$$

où p_1 et p_2 designent les prix unitaires des biens des groupes 1 et 2 et $u > 0$ le niveau de vie du ménage.
3) Calculez les demandes Hicksiennes de ce ménage.
4) Que peut-on déduire des identités de Slutsky ?
5) Pourquoi peut-on affirmer que les préférences de ces deux ménages coincident ?

6.6 Analyser des demandes Marshaliennes

Le monde est composé de deux biens notés 1 et 2. On note p_1 le prix du bien 1 et p_2 le prix du bien 2. On étudie la demande en biens 1 et 2 d'un agent dont le revenu est R. Ces demandes, notées x_1 et x_2 s'expriment en fonction de p_1, p_2 et R.

$$\begin{aligned} x_1(p_1, p_2, R) &= \frac{R}{\sqrt{p_1}\,(\sqrt{p_1}+\sqrt{p_2})} \\ x_2(p_1, p_2, R) &= \frac{R}{\sqrt{p_2}\,(\sqrt{p_1}+\sqrt{p_2})} \end{aligned} \tag{49}$$

1) Montrer que si les prix p_1 et p_2, ainsi que le revenu R sont multipliés par le même coefficient $\lambda > 0$, la demande de l'agent n'est pas modifiée. Commenter ce résultat.

Le reste de l'exercice tente d'élucider la question selon laquelle il est possible de retrouver les préférences d'un agent uniquement à partir des deux fonctions de demande marshallienne. En particulier, on s'attachera à déterminer dans un premier temps s'il est possible de trouver un ordre de préférence entre les paniers $(2,2)$ et $(3,1)$ et, dans un deuxième temps, s'il est possible de trouver un ordre de préférence entre les paniers $(3,1)$ et $(1,3)$.

2) En supposant que $R=1$, trouver, à partir des deux équations définissant les fonctions de demande marshallienne, le système de prix unique tel que la demande soit le couple de biens $(2,2)$.

3) Déduire de la question précédente que le panier de biens $(2,2)$ est préféré au panier de bien $(3,1)$.

4) Calculer la demande marshallienne en supposant que le système de prix est :[4]

$$\begin{aligned} p_1 &= \frac{R\,X_2}{X_1\,(X_1+X_2)} \\ p_2 &= \frac{R\,X_1}{X_2\,(X_1+X_2)} \end{aligned} \tag{50}$$

On admettra que :

$$x_1\left(\frac{1}{12},\frac{3}{4},1\right)=3 \quad \text{et} \quad x_2\left(\frac{1}{12},\frac{3}{4},1\right)=1 \tag{51}$$

5) Montrer qu'aux allocations (x_1,x_2) vérifiant l'inégalité :

$$\frac{1}{12}\,x_1+\frac{3}{4}\,x_2<1 \tag{52}$$

l'agent préfère l'allocation $(3,1)$. Montrer que tel n'est pas le cas pour l'allocation $(1,3)$.

6) Peut-on déduire à partir des seules fonctions de demande si l'agent préfère l'allocation $(1,3)$ à l'allocation $(3,1)$.

6.7 Demandes dans une économie à trois biens

Dans une économie à trois biens notés 1, 2 et 3, on considère les fonctions de demande des biens 1 et 2, notées respectivement x_1 et x_2, d'un agent dont le niveau de richesse est égal à R :

$$\begin{aligned} x_1 &= 100-5\frac{p_1}{p_3}+\delta\,\frac{R}{p_3} \\ x_2 &= \alpha+\gamma\,\frac{p_2}{p_3}+\delta\,\frac{R}{p_3} \end{aligned}$$

1) Indiquer comment on pourrait calculer la demande de bien 3, à partir de quel principe, sans pour autant effectuer le calcul. [On prendra soin d'énoncer clairement les hypothèses sur lesquelles un tel calcul].

2) Ces demandes sont-elles modifiées si tous les prix et les revenus sont multipliés par le coefficient $\lambda=6,52$? Justifier votre réponse. Est-ce conforme à la théorie standard ?

3) Le paramètre δ peut-il être négatif strictement ? Justifier précisément votre réponse.

4) Que se passe-t'il quand le paramètre δ est nul ?

5) À votre avis, le paramètre γ peut-il être positif ? [On demande une intuition comme réponse à cette question.]

6.8 Nombre d'enfants et consommation des ménages

L'estimation économétrique des paramètres des fonctions de demande des ménages est trés enrichie si l'on tient compte de la composition de ces ménages. l'approche théorique proposée par Barten consiste à faire intervenir la composition du ménage dans sa fonction d'utilité.

On représente la composition du ménage par un vecteur (M,N) où M dèsigne le nombre d'adultes et N celui d'enfants. On suppose qu'il y a n biens à consommer et l'on note x_k et p_k la quantité

[4] Pour faciliter les calculs commencer par calculer $\sqrt{p_1}+\sqrt{p_2}$ puis $\frac{1}{\sqrt{p_1}+\sqrt{p_2}}$.

k	Symbole	Dépense annuelle moyenne d'un ménage dans l'échantillon (en F 72)	(en %) Coefficients budgétaires (notés θ_k par la suite) $\theta_k = \dfrac{p_k\, x_k}{R}$
1	Legfru.	1 479	5,0
2	Viande	3 681	12,5
3	Lait	1 313	4,4
4	Epice	1 897	6,4
5	Alcool	941	3,2
6	Repext.	1 147	3,9
7	Vetcha.	2 858	9,7
8	Equip.	9 202	31,1
9	Hyg.	2 392	8,1
10	Divers	4 607	15,6
		29 517	100,0

Repext. dèsigne les consommations prises à l'extérieur, Vetcha., vêtements et chaussures, Hyg., hygiène et soins personnels, Div. Loisirs, biens et services divers.

TAB. 3 – Nomenclature des biens

et le prix du bien k consommé par le ménage, $k = 1, 2 \ldots, n$. On suppose qu'il existe des paramètres m_k, appelés paramètres d'équivalence, qui mesurent l'importance accordée au bien k par un ménage. ils dépendent de la composition du ménage : $m_k = m_k(M, N)$ et sont strictement positifs. Selon Barten, le comportement du ménage correspond à la maximisation d'une fonction d'utilité U dont les variables sont $\dfrac{x_k}{m_k}$ $(k = 1, \ldots, n)$ sous la contrainte de revenu (R) :

$$\max_x \qquad U(\frac{x_1}{m_1}, \frac{x_2}{m_2}, \ldots, \frac{x_n}{m_n}) \tag{53}$$

$$\text{s.c.} \quad \sum_{k=1}^{n} p_k\, x_k \ \leq R \tag{54}$$

On prendra $U(y_1, y_2, \ldots, y_n) = \sum_{k=1}^n \ c_k \ \ln(y_k - a_k)$ avec $\sum_{k=1}^n \ c_k = 1$ et $c_k > 0$, $k = 1, \ldots, n$.

1) Calculer les fonctions de demande marshallienne $x_k(p, R)$ et les fonctions de dépense associées $d_k = p_k\, x_k(p, R)$. Montrer que les $m_k\, a_k$ s'interprétent comme des demandes incompressibles.

Supposons maintenant que les paramètres d'équivalence m_k s'expriment linéairement en fonction du vecteur (M, N) qui définit la composition du ménage : $m_k = \omega_k^1\, M + \omega_k^2\, N$.
2) Montrer que la fonction dépense d_k s'exprime linéairement en fonction des variables M, N et R

$$d_k = \pi_k^1\, M + \pi_k^2\, N + \pi_k^3\, R \tag{55}$$

en calculant les coefficients constants π_k^1, π_k^2 et π_k^3.
3) Montrer que $\pi_k^3 = c_k$. Interpréter l'équation **??**.
4) Expliquer en quoi les coefficients d_k représentent la propension marginale à acheter le bien k. Ce coefficient est-il toujours positif ?
5) On définit le coefficient θ_k par la formule $\theta_k = \dfrac{p_k\, x_k}{R}$. Quelle est la signification de ce coefficient ? On l'appellera dans la suite le coefficient budgétaire.

Utilisons ce cadre théorique pour exploiter les données extraites d'une enquête datant de 1972 sur le budget des familles. La nomenclature des biens, comprenant 10 groupes, est décrite dans les tableau 3. On n'envisage dans l'enquête que des ménages à deux adultes : $M = 2$. Les données de l'enquête donnent pour chaque ménage de l'échantillon d'une part le nombre d'enfants N et d'autre part les dépenses effectuées pendant une semaine au titre des différents groupes de biens envisagés dans la nomenclature, c'est-à-dire les variables d_k. Les méthodes statistiques de l'économie permettent d'estimer les coefficients π_k^1, π_k^2 et π_k^3 pour $k = 1, 2, \ldots, 10$. Les résultats sont présentés dans le tableau 4.
6) Quelle classification des besoins des ménages la comparaison des paramètres π_k^3 et θ_k suggére-t'elle ? [On commentera le tableau 4 ligne par ligne.]

Variables k	π_k^1	π_k^2	π_k^3
Legfru.	890,62	93,36	0,017
Viande	2 087	258,07	0,046
Lait	770,68	214,12	0,011
Epice	1 053,59	235,06	0,021
Alcool	198,12	-85,62	0,028
Repext.	-37,25	28,28	0,039
Vêtements chaussures	-151,35	110,25	0,098
Equipement	-907,95	-228,94	0,350
hygiène	-359,29	-177,58	0,099
Divers	-3 543,00	-447,10	0,291

TAB. 4 – Ajustement des moindres carrés : $d_k = 2\pi_k^1 + \pi_k^2 N + \pi_k^3\, R$

6.9 Offre de travail des ménages

Taxation et offre de travail des ménages On considére un ménage dont les préférences sur la consommation et le loisir sont représentées par la fonction d'utilité U ci-dessous :

$$U(C, L) = \alpha Log C + (1 - \alpha) Log L \tag{56}$$

où C et L désignent respectivement le volume de sa consommation et son temps de loisir et α est un paramètre positif strictement inférieur à 1. On supposera que son temps maximal de loisir est égal à 1 et que le prix unitaire de la consommation vaut 1. Enfin on notera w le salaire brut horaire auquel peut prétendre ce ménage.

1) Déterminez la consommation et l'offre de travail Walrasiennes de ce ménage. Calculez l'utilité indirecte de ce ménage.

On examine maintenant les conséquences de l'introduction d'un "impôt" T. On note $T(R)$ le montant d'impôt "payé" par un ménage déclarant un revenu égal à R et on suppose :

$$T(R) = \theta R - M \tag{57}$$

où θ est un paramètre compris entre 0 et 1 et M est un paramètre positif.
2) Interprétez cet "impôt". Pour quelles valeurs de R, cet impôt est-il en fait un impôt négatif c'est à dire un transfert monétaire de l'état vers le ménage.
3) Quelles sont les conséquences d'un tel impôt sur l'offre de travail des ménages ? Calculez l'utilité indirecte du ménage en fonction de w, θ et M. Sous quelles conditions un ménage est-il favorable à la mise en place d'un tel impôt ?

On considère une économie composée de 2 groupes de ménages notés respectivement A et B. On suppose que les ménages ont tous les mêmes préférences (décrites ci-dessus) mais que les ménages du groupe A peuvent prétendre à un salaire brut w^A supérieur à celui auquel peuvent prétendre ceux du groupe B noté w^B.
4) En utilisant les résultats de la question précédente, étudiez les conditions garantissant l'équilibre budgétaire du gouvernement.

Une offre de travail agrégée. On considére un ménage dont les préférences sur la consommation et le loisir sont représentés par la fonction d'utilité U ci-dessous :

$$U(C, L) = \alpha LogC + (1 - \alpha)LogL \tag{58}$$

où C et L désignent respectivement le volume de sa consommation et son temps de loisir et α est un paramètre positif strictement inférieur à 1. On suppose que son temps maximal de loisir est égal à 1 et que le prix unitaire de la consommation vaut 1. Enfin on note w le salaire brut unitaire auquel peut prétendre ce ménage et on suppose que le revenu consiste exclusivement du revenu salarial.

1) Déterminez la consommation et l'offre de travail Walrasiennes de ce ménage.

On examine maintenant les conséquences de l'introduction d'un impôt T. On note $T(R)$ le montant d'impôt payé par un ménage déclarant un revenu égal à R et on suppose

$$T(R) = \begin{cases} \theta(R - R_0) \text{ si } R \geq R_0 \\ \hfill 0 \text{ si } R \leq R_0 \end{cases} \tag{59}$$

où θ est un paramètre compris entre 0 et 1 et $R_0 > 0$.
2) Interprétez cet impôt. Représentez dans $\Re^2_+$ l'ensemble des plans (L, C) budgétairement accessibles dans le cas où $R_0 = \frac{w}{2}$ c'est à dire où le seuil de non imposition est le mi-temps.
3) En vous basant sur la convexité des préférences, montrez que si $\alpha \leq \frac{1}{2}$, l'introduction de l'impôt ne change pas l'offre de travail du ménage. Montrez que si $\alpha \geq \frac{1}{2-\theta}$, l'offre de travail du ménage est égale à $\frac{2\alpha-\alpha\theta-\theta}{2-2\theta}$. Montrez enfin que si $\frac{1}{2} \leq \alpha \leq \frac{1}{2-\theta}$, l'offre du travail du ménage est égale à $\frac{1}{2}$.
4) **On considère une économie composée d'un très grand nombre de ménages ayant les caractéristiques ci-dessus et ne différant entre eux que par la valeur du paramètre α (en particulier ils peuvent prétendre au même salaire brut). On suppose que cette population est décrite par la loi continue uniforme sur** $[0, 1]$. Calculez le montant des recettes fiscales en fonction de θ.

6.10 La courbe de Laffer

Cet exercice[5] entend illustrer une proposition, connue sous le nom de courbe de Laffer, selon laquelle ne hausse excessive du taux d'imposition du revenu salarial peut conduire à une réduction du montant du prélèvement fiscal. l'idée sous-jacente est simplement qu'un accroissement du taux d'imposition peut décourager l'offre de travail et réduire le revenu salarial dans une proportion suffisamment élevée pour que les ménages acquittent finalement moins d'impôt avec des taux pourtant plus élevés. Considérons un ménage dont les préférences sur les couples consommation C - temps loisir T sont représentées par la fonction d'utilité suivante :

$$U = C + \sqrt{T} \qquad C \geq 0,\ T \geq 0 \tag{60}$$

[5]Cet énoncé est emprunté au libre de B. Jullient et P. Picard cité dans notre syllabus ; l'étudiant trouvera un corrigé dans leur livre.

Le temps total à répartir entre le temps de loisir T et le travail L est supposé égal à 4. Le seul revenu dont dispose le ménage est constitué par les salaires payés au taux brut w, avec $w > 1/4$, et taxés au taux θ, avec $0 < \theta < 1$. Le ménage perçoit donc un revenu après imposition égal à $(1-\theta)\,wL$. Le prix du bien de consommation est égal à l'unité.

1) Déterminez l'offre de travail du ménage. Commentez la relation existant entre cette offre et les paramètres w et θ.
2) On suppose $w = 1$. Quel est le montant total de l'impôt payé ? Représentez graphiquement la relation entre ce montant d'impôt et le taux de prélèvement θ.

6.11 Modification des taux d'imposition indirecte

Le coefficient budgétaire associé à un bien de consommation est la fraction du revenu que les ménages dépensent pour l'acquisition de ce bien de consommation. Ainsi, par exemple en 2001, les ménages français ont dépensé 14,8 % de leur revenu pour l'alimentation et les boissons non alcoolisées. Le tableau suivant [6] indique les coefficients budgétaires pour cinq catégories regroupant l'ensemble de la consommation pour les ménages français en 2001 :

Code	Catégorie de bien acheté	Coefficient budgétaire (en %)
A	Alimentation et boissons non alcoolisées	14,8
H	Articles d'habillement et chaussures	3,4
L	Logement, chauffage, éclairage	23,9
T	Transports	15,4
X	Autres	42,5

On suppose que ces cinq catégories sont homogénes et qu'un prix unitaire moyen est défini pour chacune de ces cinq catégories de biens ; on note p_A, p_H, p_L, p_T les prix dans l'ordre respectif d'apparition des catégories dans le tableau. Par convention, on notera $p_X = 1$.

1) Déduire du tableau les quantités consommées par les ménages en fonction du revenu des ménages (noté R) et des prix. On notera ces quantités x_A, x_H,x_L,x_T et x_X.
2) Montrer qu'un ménage représentatif dont les préférences sont définies par la fonction d'utilité

$$\begin{aligned} U(x_A, x_H, x_L, x_T, x_X) &= 14,8 \ \ln\ x_A + 3,4 \ \ln\ x_H \\ &\quad +23,9 \ \ln\ x_L + 15,4 \ \ln\ x_T + 42,5 \ \ln\ x_X \end{aligned}$$

consomme comme les ménages français en 2001.
On veut étudier l'effet d'une diminution de la TVA sur toutes les prestations liées au logement. On supposera que la TVA est initialement uniforme sur tous les biens, égale à 20,6% et qu'elle passe de 20,6% à 5,5% sur toutes les prestations liées au logement. Le prix taxes comprises des biens de la catégorie L passe donc de p_L à $p_L \times \dfrac{1,055}{1,206}$.
3) Pour une même prestation, calculer en termes relatifs l'économie que fait un ménage sur la construction.
4) Est-ce que la diminution de la TVA sur le logement affecte la consommation en les autres biens du ménage représentatif ? Quelle est la robustesse de ce résultat ?

[6] Source INSEE 2001

5) Calculez en termes relatifs l'augmentation de la consommation logement lorsque la diminution de la TVA ne s'accompagne d'aucune autre politique en terme de revenu. Le revenu dépensé pour le logement est-il modifié ?
6) Calculez en termes relatifs la perte de ressource de l'Etat.
7) Calculez l'utilité indirecte du ménage représentatif. On la notera $V(R, p_A, p_H, p_L, p_T, p_X)$
8) Montrez qu'une politique visant à diminuer le revenu accompagnant la réduction de taxes ne modifie pas le bien-être du ménage lorsque le revenu passe de R à $R(1-\tau)$ avec $ln(1-\tau) = 0,239$ $ln\dfrac{1,055}{1,206}$
9) Est-ce que l'Etat finance la diminution de TVA lorsqu'il impose une taxe forfaitaire égale à $3,15\%$ du revenu national ?

FORMULAIRE

$$\frac{1206}{1055} = 1,143128 \qquad \frac{151}{1206} = 0,1252073 \qquad 0,239 \times 0,733 = 0,1752$$

$$(\frac{1055}{1206})^{0,239} = 0,96853503 \qquad \frac{1055}{1206} = 0,8747927 \qquad 0,239 \times 0,206 = 0,049234$$

$$\frac{151}{206} = 0,7330097 \qquad \frac{55}{206} = 0,2669903 \qquad 0,239 \times 0,96 \times 0,055 = 0,0126192$$

6.12 Les effets ambigüs de la variation du taux d'intérêt sur la demande d'épargne

L'une des décisions de consommation importante consiste à déterminer la part du revenu qui va être consommée immédiatement et celle qui va être épargnée pour une consommation future. Prenons le cas de Jack qui travaille actuellement et prépare sa future retraite. Pour simplifier, divisons la vie de Jack en deux périodes. Au début, il est jeune et travaille. Puis il est vieux et prend sa retraite. Tant qu'il est jeune, Jack gagne 100 000 euros, répartis entre consommation et épargne. Quand il est vieux, il consomme ce qu'il a épargné, plus les intérêts de cette épargne. On notera le taux d'intérêt r.
On notera x_1 sa consommation en bien aujourd'hui [on supposera $p_1 = 1$] et x_2 sa consommation en bien demain [on supposera $p_2 = 1$]. Tout revenu S épargné aujourd'hui lui rapporte demain $S(1+r)$.
On supposera enfin que les préférences de consommation intertemporelles de Jacques sont définies par son taux marginal de substitution en consommation aujourd'hui et en consommation demain :

$$TMS(x_1, x_2) = (1+r)\,\frac{m(x_1)}{m(x_2)} \tag{61}$$

$x \mapsto m(x)$ étant une fonction strictement décroissante donnée a priori, mais qu'on ne calcule pas dans cet exercice.

1) Montrer que $(1+r)\,x_1 + x_2 \leq (1+r)$ 100 000 est l'équation de la contrainte budgétaire de Jack. En particulier, lui est-il possible de consommer $(50\ 0000, 55\ 0000)$ et $(55\ 000, 50\ 000)$ lorsque $r = 10\%$?
2) Expliquer pourquoi l'équation $(1+r)\,\frac{m(x_1)}{m(x_2)} = 1 + r$ devrait être probablement vérifiée à l'optimum de consommation de Jack.
3) Calculer la consommation optimale de Jack. [Possible, même si on ne précise pas la formule de la fonction $m(x)$.] On la notera (x_1^*, x_2^*).

4) Dans un repère (x_1, x_2), représenter la contrainte budgétaire de Jack, la consommation optimale de Jack, ainsi que la droite reliant l'origine $(0, 0)$ à la consommation optimale de Jack. On notera cette droite $\mathcal{D}$.
5) On suppose que le taux intérêt augmente, passant de r à $R > r$. Montrer sur la figure précédente comment cela transforme la contrainte budgétaire.
6) Donner un argument simple qui explique pourquoi le profil de consommation (x_1^*, x_2^*) ne peut plus être le choix optimal de l'agent avec ce nouveau taux.
7) On note (x_1^R, x_2^R) la consommation optimale de l'agent quand le taux d'intérêt est R. En supposant que ce panier de consommation égalise le taux marginal de substitution avec le nouveau taux de substitution du marché, montrer que nécessairement : $m(x_1^R) > m(x_2^R)$. En déduire que $x_1^R < x_2^R$.
8) Sur le graphique précédent, placer la panier (x_1^R, x_2^R) en fonction du résultat précédent. Placer aussi le panier $(\bar{x}_1, \bar{x}_2)$ qui se trouve à l'intersection de la droite $\mathcal{D}$ (question 4) et de la nouvelle droite budgétaire
9) Déduire de votre graphique que $x_2^R > x_2^*$. Commenter.
10) Développer les raisons pour lesquelles l'agent est susceptible de consommer plus de bien 1 en terme de revenu.
11) Développer les raisons pour lesquelles l'agent est susceptible de consommer moins de bien 1 en terme de substitution.
12) L'évolution de la consommation de bien 1 étant ambigüe, placer sur votre graphique deux points de consommation optimale, le point • **A** lorsque l'effet revenu l'emporte, et le point • **B** lorsque l'effet substitution l'emporte.

6.13 Offre de travail des femmes mariées

On s'intéresse à la décision des femmes mariées de travailler ou non. Cette décision va dépendre des revenus du mari, du salaire qu'elle peut obtenir, de la quantité de temps dont elle dispose et de la valeur qu'elle attribue au loisir. De fait, la femme acceptera de travailler si le salaire offert est supérieur à une certaine valeur minimale qui représente la valeur subsejctive qu'elle attribue à son temps. Considérons le modéle suivant : madame Z a une fonction d'utilité qui dépend de sa consommation C (prix p) et de son loisir L (mesuré en heures) : $U(L, C) = \alpha \ln L + (1-\alpha) \ln C$. Elle posséde une richesse R_0 fournie par son mari et dispose d'un temps personnel T_0 à répartir entre travail et loisir. Le salaire horaire qui lui est offert est w.

1) Montrer que la contrainte budgétaire s'écrit :

$$p\,C + w\,L = R_0 + w\,T_0 \tag{62}$$

Interpréter.
2) Calculer la demande optimale de consommation et de loisir, et donc l'offre de travail de madame Z.
3) Vérifier qu'elle ne travaille que si le salaire proposé est supérieur à un certain seuil $\bar{w}$. On appelle « salaire de réservation »ce seuil dans la suite. Commenter ses variations en fonction des paramètres α, R_0 et T_0.
4) Exprimer la fonction d'utilité indirecte de madame Z, $V(w, T_0, R_0)$. On définit la valeur du temps par le nombre V' :

$$V' = \frac{V'_{T_0}}{V'_{R_0}}(w, T_0, R_0) \tag{63}$$

Interpréter en remarquant l'analogie avec un taux marginal de substitution. Vérifier que $V' = \max(w, \bar{w})$ et interpréter cette relation.

6.14 Offre de travail et impôt sur le revenu

1. On considère un ménage dont les préférences sur la consommation et le loisir sont représentées par la fonction d'utilité U ci-dessous :

$$U(C,T) = C^{\alpha}T^{\beta}$$

où C et T désignent respectivement le volume de sa consommation et son temps de loisir et α et β sont des paramètres positifs. On suppose que son temps maximal annuel de loisir est égal à 1 et que le prix unitaire de la consommation vaut 1. Enfin, on note w le salaire brut annuel auquel peut prétendre ce ménage en travaillant à temps plein (appelé dans ce qui suit revenu annuel potentiel) et on suppose que le revenu est composé exclusivement du revenu salarial.

1) Déterminez la consommation et l'offre de travail Walrasiennes de ce ménage.

2. On examine maintenant les conséquences de l'introduction d'un impôt I. On note $I(R)$ le montant d'impôt payé par un ménage déclarant un revenu égal à R et on suppose

$$I(R) = \begin{cases} \underline{t}R & \textbf{si } R \leq R_0 \\ \\ \overline{t}R - (\overline{t} - \underline{t})R_0 & \textbf{si } R \geq R_0 \end{cases}$$

où $\underline{t} < \overline{t}$ sont des paramètres compris entre 0 et 1 et R_0 vérifie $0 < R_0 < W$.

2) Interprétez cet impôt. Représentez dans $\mathbb{R}^2_+$ l'ensemble des plans (T, C) budgétairement accessibles. (On pourra vérifier que les trois plans $\big(0, (1-\overline{t})\, w + (\overline{t} - \underline{t})\, R_0\big)$, $\big(1 - \dfrac{R_0}{w}, (1-\underline{t})R_0\big)$ et $(1, 0)$ sont réalisables.) Peut-on affirmer que tous les ménages vont travailler ?

3) En vous basant sur la convexité des préférences, montrez que si le revenu annuel potentiel w d'un ménage vérifie $w < \frac{R_0}{\alpha}(\alpha + \beta)$, alors celui ci est imposé selon la formule de la première tranche.

4) En vous basant également sur la convexité des préférences, montrez que si le revenu annuel potentiel w d'un ménage vérifie $w > \frac{R_0}{\alpha}\left[(\alpha+\beta) + \frac{\beta(\overline{t}-\underline{t})}{1-\overline{t}}\right]$, alors celui ci est imposé selon la formule de la seconde tranche.

5) Que peut-on dire des ménages dont le revenu potentiel potentiel est situé entre les bornes $\frac{R_0}{\alpha}(\alpha+\beta)$ et $\frac{R_0}{\alpha}\left[(\alpha+\beta) + \frac{\beta(\overline{t}-\underline{t})}{1-\overline{t}}\right]$?

6) Interprétez ces résultats dans le cas où $\alpha = \beta = 1$, $\underline{t} = 0.1$, $\overline{t} = 0.4$ et $R_0 = 12000$ Euros.

3. On suppose maintenant que le gouvernement souhaite verser une allocation d'un montant A à tous les ménages.

7) Montrez que pour tous les ménages qui travaillent, l'analyse de la question 2 est préservée dans le sens suivant : la borne de la question 3) augmente de $\frac{\beta A}{\alpha(1-\underline{t})}$ et la borne de la question 4) augmente de $\frac{\beta A}{\alpha(1-\overline{t})}$.

8) Montrez que maintenant certains ménages préférent ne pas travailler.

9) Dans le cas des spécifications numériques de la question 6) et en supposant $A = 10800$ Euros, montrez que les ménages dont le revenu annuel potentiel est inférieur à 12000 Euros préférent ne pas travailler.

6.15 Une richesse pas toujours enviée

On analyse une économie à deux biens avec deux types d'agents. Les agents dépensent tout leur revenu pour acheter un panier de bien (x, y). Les préférences de l'agent de type A sont caractérisées par la donnée de son taux marginal de substitution de bien x en bien y :

$$t_A(x,y) = \frac{y}{x} \tag{64}$$

Les préférences de l'agent de type B sont caractérisées par la fonction d'utilité suivante :

$$u_b(x,y) = x^3\,y \tag{65}$$

On suppose que les prix des deux biens sont respectivement égaux à 1. On note R_A (resp. r_B) le revenu de l'agent de type A (resp. B).

1) Vérifier que les préférences de l'agent A peuvent être représentées par la fonction :

$$u_A(x,y) = (xy)^2 + xy \tag{66}$$

2) Calculer la demande walrasienne (x_A^*, y_A^*) de A lorsque $R_A = 90$.
3) Calculer la demande walrasienne (x_B^*, y_B^*) de B lorsque $R_B = 100$.
4) Sans aucun calcul, démontrer que Monsieur B préfère (x_B^*, y_B^*) à (x_A^*, y_A^*).
5) En utilisant la fonction d'utilité de Monsieur A, démontrer que ce dernier préfère (x_A^*, y_A^*) à (x_B^*, y_B^*).

6.16 Comparaison du niveau de vie des couples et des célibataires

Dans son édition du 27 Janvier 1998 le quotidien *Le Monde* se faisait l'écho d'une étude de l'insee sur les économies liées à la vie de couple. On pouvait y lire " Les avantages matériels de la vie en couple sont loin d'être négligeables. Sont-ils pour autant quantifiables ? C'est ce qu'a tenté de démontrer Lucile Ollier, de la division des études sociales de l'insee, dans une étude rendue publique vendredi 23 janvier. La vie à deux permet de réaliser d'importantes économies conclut la chercheuse après avoir démontré qu'*un couple n'a besoin que d'une fois et demie le revenu d'un célibataire pour atteindre le même niveau de vie*".
On considére une économie composée de 2 types de ménages : les célibataires d'une part et les couples sans enfants d'autre part. On suppose par ailleurs qu'il y a deux types de biens. On suppose que tous les consommateurs (vivant en couple ou non) ont tous les mêmes préférences décrites par la fonction d'utilité ci-dessous :

$$U(x_1,x_2) = \alpha Log x_1 + (1-\alpha) Log x_2 \tag{67}$$

où x_1 et x_2 designent les quantités consommées des biens 1 et 2 et α set un paramètre positif strictement inférieur à1.
Dans le premier groupe de biens il n'y a aucune économie d'échelle alors que dans le second groupe de biens les économies d'échelle sont maximales. Cela signifie que si un couple achète des quantités x_1 et x_2 des deux biens, la quantité x_2 est la quantité consommée par les deux membres du couple alors que la quantité x_1 devra être partagée entre les deux membres du couple (en notant A et B les deux membres du couple et x_1^A la consommation de bien 1 de A, la consommation de bien 1 de B est $x_1 - x_1^A$). Dans ce qui suit on note p_1 et p_2 les prix unitaires respectifs des biens 1 et 2. Donnez des exemples de biens ayant approximativement ces caractéristiques.

1) Considérons un ménage célibataire dont le revenu est R. Montrez que son utilité indirecte $V(p_1,p_2,R)$ est donnée par l'expression :

$$\alpha Log\alpha + (1-\alpha)Log(1-\alpha) - \alpha Log p_1 - (1-\alpha)Log p_2 + Log R \tag{68}$$

Considérons maintenant un couple qui répartit égalitairement les achats en bien 1 entre ses deux membres et dont le revenu total est R'.

2) Montrez qu'un couple disposant d'un revenu $R' = (1+\alpha)R$ atteint une niveau de vie supérieur ou égal à celui d'un célibataire disposant d'un revenu égal à R.
3) Montrez que l'utilité indirecte de chacun des membres du couple est donnée par l'expression :

$$\alpha Log\alpha + (1-\alpha)Log(1-\alpha) - \alpha Log 2p_1 - (1-\alpha)Log p_2 + Log R' \qquad (69)$$

4) Déduisez des questions précédentes qu'un couple n'a besoin que d'un revenu $R' = R2^{\alpha}$ pour atteindre le niveau de vie d'un célibataire ayant un revenu égal à R. Comparez cette formule avec la formule $R' = (1+\alpha)R$ de la question 2.1 et expliquez la différence. Commentez cette formule lorsque α est très proche de 0 ou à l'inverse très proche de 1. Pour quelle valeur de α trouve t-on le ratio de $\frac{3}{2}$ de Lucile Ollier ?

Chaque année les ménages français acquittent l'impôt sur le revenu des personnes physiques. Un célibataire ayant déclaré un revenu égal à R acquitte un impôt égal à $T(R)$. Le description mathématique de la fonction T ne sera pas donnée ici (elle figure dans les formulaires annexés à la déclaration annuelle de revenus). En revanche, un couple sans enfants ayant déclaré un revenu total égal à R' acquitte un impôt égal à :

$$2T(\frac{R'}{2}) \qquad (70)$$

5) En vous basant sur vos calculs précédents, argumentez pour ou contre le remplacement de la formule ci-dessus, dite du quotient familial, par la formule $2T(2^{-\alpha}R')$. Remarquez que dans le cas limite $\alpha = 1$, on retrouve la formule du quotient familial.

6.17 Choix de vie

Les conditions économiques (niveau des prix et revenu) peuvent-elles influencer les ménages dans leur choix en matière de lieu de résidence. Cet exercice tend à le démontrer.
On représente ci-après la consommation des ménages en considérant, d'une part, tout ce qui concerne le logement (bien 1) et, d'autre part, les autres postes de consommation (bien2).
Les choix de consommation d'un ménage dépendent de son revenu R, des prix des biens 1 et 2 , respectivement notés p_1 et p_2, et de ses préférences que l'on représente par la fonction d'utilité suivante :

$$U(x_1, x_2) = \alpha\, ln(x_1) + (1-\alpha)\, ln(x_2)$$

1) Calculer la demande optimale de ce ménage que l'on notera $x_1(p_1, p_2, R)$ et $x_2(p_1, p_2, R)$.
2) Calculer l'utilité indirecte de ce ménage que l'on notera $V(p_1, p_2, R)$.

Dans une situation de référence —disons à la campagne— nous avons $p_1 = 1$ et $p_2 = 1$.

3) Calculer l'utilité indirecte en fonction du revenu $V(p_1 = 1, p_2 = 1, R)$.

On considère une autre situation —disons la ville— dans laquelle le revenu est 50% supérieur, le prix du logement deux fois plus élevé ($p_1 = 2$), et le prix des autres biens identiques ($p_2 = 1$).

4) Calculer l'utilité indirecte en fonction du revenu de référence $V(p_1 = 2, p_2 = 1, \frac{3}{2}R)$.
5) Dans le cas $\alpha = 0,8$ déduire des deux questions précédentes si le ménage préfère vivre à la campagne où à la ville.
6) Dans le cas $\alpha = 0,2$ déduire des deux questions précédentes si le ménage préfère vivre à la campagne où à la ville.
7) Donner la condition sur le paramètre α pour laquelle le ménage préfère vivre à la campagne. Interpréter le résultat obtenu.

On prendra dans cet exercice les valeurs approximées de la fonction logarithme dans la table suivante :

$\ln(x)$
$\ln(1)=0$
$\ln(2)=0,69$
$\ln(3)=1,1$

6.18 Bien-être comparé de deux groupes de ménages

On considère une économie composée de 3 biens notés respectivement 1,2 et 3 et de 2 groupes de ménages notés respectivement A et B.
Dans cette première question nous nous intéressons exclusivement aux ménages du groupe A. Ceux ci ne consomment pas le bien 3. Ils ont tous un revenu identique noté R^A et des preférences identiques pour les biens 1 et 2 représentées par la fonction d'utilité U^A définie ci-dessous :

$$U^A(x_1^A, x_2^A) = x_1^A + 5Log(x_2^A + 1) \tag{71}$$

où x_1^A et x_2^A designent les quantités consommées des biens 1 et 2.
8) On note p_2 le prix unitaire du bien 2 et on suppose que le prix unitaire du bien 1 est égal à 1. En utilisant le théorème de Kuhn-Tucker, calculez les demandes Walrasiennes des ménages du groupe A. Montrez en particulier que les deux biens sont consommés dès l'instant où $p_2 < 5$ et $R^A > 5 - p_2$.
9) On suppose dorénavant que $p_2 = 1$ et $R^A > 4$. Le gouvernement souhaite lever une taxe indirecte sur la consommation du bien 2. Nous noterons t_2 le montant unitaire de cette taxe (le prix TTC est donc $1 + t_2$). En utilisant les résultats de la question 1.1. montrez que le montant des recettes fiscales est égal à :

$$\frac{5t_2}{1+t_2} - t_2 \text{ si } t_2 < 4 \text{ et } 0 \text{ si } t_2 \geq 4 \tag{72}$$

Déduisez de ce calcul qu'il a un "effet Laffer". Montrez en particulier que les recettes fiscales commencent à décliner dès l'instant où t_2 est supérieur à $\sqrt{5} - 1$.

Nous nous intéressons maintenant au ménages du groupe B. Ceux ci ne consomment pas le bien 2. Ils ont tous un revenu identique noté R^B et des preférences identiques pour les biens 1 et 3 représentées par la fonction d'utilité U^B définie ci-dessous :

$$U^B(x_1^B, x_3^B) = x_1^B + 3Log(x_3^B + 1) \tag{73}$$

où x_1^B et x_3^B designent les quantités consommées des biens 1 et 3.
10) On note p_3 le prix unitaire du bien 3 et on suppose toujours que le prix unitaire du bien 1 est égal à 1. En utilisant le théorème de Kuhn-Tucker, calculez les demandes Walrasiennes des ménages du groupe B. Montrez en particulier que les deux biens sont consommés dès l'instant où $p_3 < 3$ et $R^B > 3 - p_3$.
11) On suppose que les ménages du groupe B ont des revenus plus modestes que ceux du groupe A, c'est à dire $R^B < R^A$. Le gouvernement souhaite améliorer le niveau de vie des ménages du groupe B en taxant la consommation du bien 2 comme à la question 1 et en utilisant les recettes collectées pour subventionner la consommation du bien 3. Nous noterons t_3 le montant unitaire de cette subvention (le prix TTC est donc $1 - t_3$). En supposant qu'il y a exactement le même nombre de ménages dans les deux groupes, que $p_3 = 1$ et que le gouvernement se fixe sur $t_2 = 1$, montrez en utilisant les résultats des questions 1.2. et 2.1. que pour équilibrer son budget, t_3 doit être égal à : $\frac{\sqrt{65}-7}{4} \approx \frac{1}{4}$.
12) Calculez la perte de surplus des ménages du groupe A et le gain de surplus des ménages du groupe B consécutives à la mise en place de cette politique fiscale. Pourquoi est-il légitime ici de mesurer l'amélioration ou la dégradation du niveau de vie d'un ménage à l'aide des surplus ? En sommant ces surplus, que constatez vous ? Que concluez vous ? Quelle autre politique visant à venir en aide aux ménages du groupe B, le gouvernement pourrait-il envisager ?